

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR ..... MARCEL SATO .....  
..... E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 31/07/2009



.....  
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Modelagem de Problemas da Mecânica da Fratura e  
Propagação de Trincas em Fadiga

Autor: Marcel Sato

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sollero

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

## Modelagem de Problemas da Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas em Fadiga

Autor: Marcel Sato

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sollero

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2009

S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sa83m	<p>Sato, Marcel</p> <p>Modelagem de problemas da mecânica da fratura e propagação de trincas em fadiga / Marcel Sato. -- Campinas, SP: [s.n.], 2009.</p> <p>Orientador: Paulo Sollero.</p> <p>Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.</p> <p>1. Método dos elementos de contorno. 2. Mecânica da fratura. 3. Fadiga. 4. Processamento de imagens. I. Sollero, Paulo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.</p>
-------	---

Título em Inglês: Modelling problems of fracture mechanics and fatigue crack propagation

Palavras-chave em Inglês: Boundary element method, Fracture mechanics, Fatigue, Image processing

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Claudio Ruggieri, Renato Pavanello

Data da defesa: 31/07/2009

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL


DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO


Modelagem de Problemas da Mecânica da Fratura e  
Propagação de Trincas em Fadiga

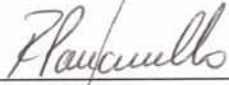
Autor: Marcel Sato

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sollero

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Sollero, Presidente  
FEM/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Claudio Ruggieri  
POLI/USP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Renato Pavanello  
FEM/UNICAMP

Campinas, 31 de Julho de 2009.



## Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais Rosa e Sunao, ao meu irmão Helder e a minha namorada Taís.

## Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pela minha vida, saúde e pela minha família.

Gostaria de agradecer meus pais, Rosa e Sunao Sato, que desde muito cedo não mediram esforços para fazer com que esse filho seguisse o caminho da honestidade, simplicidade, perseverança, amizade e dedicação. Também gostaria de agradecer o meu irmão Helder, que sempre torceu por mim em todos os momentos de minha vida, mesmo estando longe. Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a Taís Letícia Sartori, pela sua compreensão, companheirismo, amizade e carinho.

Gostaria de agradecer o meu orientador Dr. Paulo Sollero, pela orientação, estrutura concedida e a possibilidade de trabalhar com temas interessantes.

Agradeço a Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas e o Departamento de Mecânica Computacional pelo acolhimento e estrutura concedida.

Agradeço o professor Éder Lima de Albuquerque pelas suas ajudas e sugestões para este trabalho.

Gostaria de agradecer aos membros da banca de defesa, Dr. Claudio Ruggieri e Dr. Renato Pavanello, por suas críticas e sugestões.

Meus sinceros agradecimentos ao técnico Geraldo Paladini Salustiano do DMC que foi fundamental para a realização da parte experimental deste trabalho.

Gostaria de agradecer o Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles por ter possibilitado a realização dos testes no Centro de Tecnologia da Unicamp. Também gostaria de agradecer os funcionários do CT, principalmente aqueles que tiveram maior envolvimento com este trabalho: Eng. Kasumi, Eng. Vivan, Eng. Rodolfo, Téc. Baltazar, Téc. Luis, Téc. Sérgio, Téc. André e Téc. Admilson.

Eu não poderia deixar de agradecer os meus amigos Rafael Giovane Morini e Rafael Bittencourt Ferreira por todos esses anos de amizade inestimável.

Sinceros agradecimentos aos amigos do laboratório: Carlos Alexandre Oliveira de Souza, Renan Ozello, Anderson Gabriel Santiago Cravo, Martim Mauler Neto, Rafael Venturini e Renan Rodrigues dos Santos, que foram pessoas fundamentais durante o período deste trabalho, não só pelo conhecimento, mas também pelos momentos de descontração e amizade

verdadeira. Agradeço também os amigos “vizinhos”: Leonardo Machado, Ricardo Passalacqua, Alberto Oehmeyer, Paulo Lee, Josué Labaki, Fábio Dalmazzo, Ilson, Hairton, Roberto e Jaime, pela grande amizade, ajuda e consideração.

Ainda me referindo aos amigos, gostaria de agradecer os moradores da “Comunidade Dagmar” e, em especial, a família Correa, pelo apoio, companhia e amizade.

Por fim, agradeço ao CNPq e o AFOSR (Air Force Office of Scientific Research) pelo suporte financeiro, que viabilizou a realização deste trabalho.

*“A força não provém da capacidade física, e sim, de uma vontade indomável.”*  
(Mahatma Gandhi)

*“Não tenho a pretensão de que todas as pessoas que gosto, gostem de mim, nem que eu faça a falta que elas me fazem. O importante para mim é saber que eu, em algum momento, fui insubstituível, e que esse momento será inesquecível.”*  
(Fernando Pessoa)

## Resumo

Sato, Marcel. *Modelagem de Problemas da Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas em Fadiga*. Campinas, 126 p. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2009. Dissertação (Mestrado).

Este trabalho apresenta uma ferramenta para modelar a propagação de múltiplas trincas por fadiga em modo misto para materiais isotrópicos, utilizando o Método dos Elementos de Contorno Dual. Este método é utilizado para realizar uma análise de tensões e deformações no sólido, de modo a proporcionar resultados confiáveis para o campo elástico na região ao redor da trinca. À partir destes resultados, os fatores de intensidade de tensão são obtidos utilizando-se a técnica da Integral J, realizando-se o desacoplamento dos modos através da decomposição do campo elástico em seus componentes simétricos e anti-simétricos. Os fatores de intensidade de tensão são utilizados para calcular o ângulo de propagação e tamanho de incremento pelo método da Mínima Densidade de Energia de Deformação. A vida em fadiga é obtida pela integração direta da expressão da Lei de Paris, modificada pelo modelo de fechamento de trinca. O algoritmo é validado com resultados experimentais para dois problemas envolvendo fratura em modo misto e fadiga. Em ambos os testes, foi utilizada a técnica de Correlação de Imagens Digitais para monitorar a propagação das trincas por fadiga e técnicas de processamento de imagens foram empregadas para analisar os resultados.

*Palavras chaves:*

Método dos Elementos de Contorno, Mecânica da Fratura, Fadiga, Processamento de Imagens.

# Abstract

Sato, Marcel. *Modelling Problems of Fracture Mechanics and Fatigue Crack Propagation*.  
Campinas, 126 p. Mechanical Engineering Faculty, State University of Campinas,  
2009. Dissertation (Master Degree).

This work presents a tool to model problems of multiple site fatigue crack propagation in isotropic materials under mixed mode conditions, using the dual boundary element method. This method is used to make an analysis of tensions and deformations in the solid, providing reliable results for the elastic field in the region near the crack tip. The stress intensity factors are obtained using the J-integral technique and they are decoupled with a procedure based on the decomposition of the elastic field into its symmetric and anti-symmetric components. The crack propagation angle and the increment size are calculated through the minimum strain energy density criterion. The fatigue life is obtained through the integration of the Paris law expression modified by the crack closure model. The validation of the algorithm is made with experimental results for two mixed mode fracture problems with fatigue. In both cases, the digital image correlation technique was used to monitor the fatigue crack propagation during the tests and digital image processing techniques were used to analyze the results.

*Key words:*

Boundary Element Method, Fracture Mechanics, Fatigue, Image Processing.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos . . . . .	4
1.2	Organização do Trabalho . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Método dos Elementos de Contorno Dual</b>	<b>6</b>
2.1	Introdução . . . . .	6
2.2	Formulação . . . . .	7
2.2.1	Estratégia de Modelagem . . . . .	9
2.3	Comentários sobre o Algoritmo Utilizado . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga</b>	<b>11</b>
3.1	Introdução . . . . .	11
3.2	Fundamentos . . . . .	13
3.2.1	Concentração de Tensões (Inglis) . . . . .	13
3.2.2	Balanco Energético de Griffith . . . . .	14
3.2.3	Taxa de Alívio de Energia Potencial, $G$ . . . . .	15
3.2.4	Modos de Deformação . . . . .	16
3.2.5	Fator de Intensidade de Tensões . . . . .	16
3.2.6	Campos de Tensões e Deslocamentos Singulares . . . . .	18
3.2.7	Integral $J$ . . . . .	20
3.3	Propagação de Trincas por Fadiga . . . . .	21
3.3.1	Curva $da/dN \times \Delta K$ . . . . .	21
3.3.2	Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga	23
3.3.3	Modelo de Fechamento de Trinca para a Estimativa de Vida em Fadiga	25
<b>4</b>	<b>Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga Computacional</b>	<b>28</b>
4.1	Introdução . . . . .	28
4.2	Cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão . . . . .	28

4.2.1	Método da Integral $J$ . . . . .	28
4.2.2	Método da Correlação de Deslocamentos . . . . .	33
4.3	Cálculo da Direção de Propagação da Trinca . . . . .	35
4.3.1	Critério da Máxima Tensão Circunferencial . . . . .	36
4.3.2	Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação . . . . .	37
4.4	Estimativa de Vida em Fadiga - Lei de Paris . . . . .	41
4.5	Propagação de Trincas Computacional utilizando o Método dos Elementos de Contorno . . . . .	42
4.5.1	Comentários sobre o Algoritmo Desenvolvido . . . . .	42
4.6	Resultados Numéricos para as Técnicas da Integral $J$ e da Extrapolação de Deslocamentos . . . . .	44
4.6.1	Placa Retangular com Trinca Central Inclinada . . . . .	45
4.6.2	Placa Retangular com Trinca Central Torcida . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Correlação de Imagens Digitais</b>	<b>52</b>
5.1	Introdução . . . . .	52
5.2	Considerações Teóricas . . . . .	53
5.3	A Técnica de Correlação de Imagens Digitais . . . . .	56
5.4	Minimização do Coeficiente de Correlação . . . . .	58
5.4.1	Esquema de Interpolação . . . . .	59
5.4.2	Esquema da Otimização (Minimização) . . . . .	61
5.5	O programa DIC . . . . .	62
5.5.1	Contribuições para o programa DIC . . . . .	64
5.5.2	Validação do Programa . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Metodologia Experimental</b>	<b>70</b>
6.1	Configuração dos corpos de prova . . . . .	70
6.2	Aplicação de Spray nas Chapas . . . . .	72
6.3	Procedimento para Obtenção de Pré-Trincas . . . . .	74
6.4	Procedimento dos Ensaios . . . . .	76
<b>7</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>78</b>
7.1	Resultados Experimentais . . . . .	78
7.1.1	Resultados do Teste de Fadiga para as Chapas com Entalhe Inclinado . . . . .	78
7.1.2	Resultados do Teste de Fadiga para as Chapas com dois Entalhes Horizontais . . . . .	83
7.2	Análise dos Resultados Experimentais Utilizando Correlação de Imagens Digitais . . . . .	87



7.3	Resultados Numéricos e Comparação com os Resultados Experimentais . . .	95
7.3.1	Chapa com Entalhe Inclinado . . . . .	96
7.3.2	Chapa com Dois Entalhes Horizontais . . . . .	106
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>115</b>
8.1	Principais Contribuições . . . . .	116
8.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	118

# Lista de Figuras

1.1	Quebra de tanque em Boston, 1919. (< <a href="http://edp.org/molasses.htm">http://edp.org/molasses.htm</a> >, acesso em 11/05/09) . . . . .	2
1.2	Acidente do voo 243 da <i>Aloha Airlines</i> .(< <a href="http://www.airdisaster.com">http://www.airdisaster.com</a> >, acesso em: 11/05/09) . . . . .	2
1.3	Virabrequim após teste de fadiga em flexão pura (ReliaSoft, 2007). . . . .	3
1.4	Trinca por fadiga em <i>riser</i> (Fraisner, 2007). . . . .	3
3.1	Entalhe elíptico em uma placa plana infinita. . . . .	13
3.2	Modelo utilizado por Griffith em seus experimentos. . . . .	14
3.3	Modos de Deformação: (a) Modo <i>I</i> , (b) Modo <i>II</i> e (c) Modo <i>III</i> . . . . .	16
3.4	Sistemas de Coordenadas Local na Ponta da Trinca. . . . .	17
3.5	Representação da Integral <i>J</i> . . . . .	21
3.6	Curva $da/dN \times \Delta K$ mostrando o comportamento típico da propagação de trincas por fadiga em metais. . . . .	22
3.7	Definição da faixa de variação do fator de intensidade de tensões ao longo da propagação da trinca. Gráfico adaptado de Cisilino & Aliabadi (2004). . . .	26
3.8	Mecanismos de fechamento de trinca: (a) fechamento devido a plasticidade, (b) fechamento devido a rugosidade, (c) fechamento induzido por óxido e (d) fechamento induzido por transformação. Figura adaptada de (Cisilino & Aliabadi, 2004). . . . .	27
4.1	Componentes simétricos e anti-simétricos dos deslocamentos em dois pontos localizados simetricamente em relação ao eixo da trinca. . . . .	31
4.2	Componentes simétricos e anti-simétricos das tensões em dois pontos localizados simetricamente em relação ao eixo da trinca. . . . .	32
4.3	Pontos internos para calcular a integral <i>J</i> em uma circunferência ao redor da ponta da trinca. . . . .	33
4.4	Nós na vizinhança da ponta da trinca. (Elementos quadráticos descontínuos)	35
4.5	Fluxograma do código de propagação implementado neste trabalho. . . . .	44

4.6	Placa retangular com trinca central inclinada. . . . .	45
4.7	Condições de contorno e malha aplicados para o problema da placa retangular com trinca central inclinada: (a) Condições de contorno e discretização. (b) Malha inicial e deformada. . . . .	46
4.8	Placa retangular com trinca central torcida. . . . .	48
4.9	Condições de contorno e malha aplicados para o problema da placa retangular com trinca central torcida: (a) Condições de contorno e discretização. (b) Malha inicial e deformada. . . . .	49
5.1	(a) Imagem contínua. (b) Imagem resultante dos processos de Amostragem e Quantização. A imagem original (Russ, 2002) foi adaptada para este trabalho.	55
5.2	Convenção para o sistema de coordenadas em processamento de imagens. Imagem presente em Gonzalez & Woods (2002) e adaptada para este trabalho.	56
5.3	Diagrama esquemático mostrando o grupo de pixels na configuração não-deformada (referência, Ref.) e deformada (Def.). . . . .	57
5.4	Interpolação da intensidade dos pixels em uma imagem. (a) Imagem sem interpolação, (b) interpolação bilinear e (c) interpolação bicúbica. . . . .	60
5.5	Inicialização e menu principal do programa DIC. . . . .	62
5.6	Estrutura do programa DIC. . . . .	62
5.7	Geração de malha pelo programa DIC. . . . .	63
5.8	Menu da função <i>deslocamento.m</i> mostrando os resultados que podem ser exibidos. . . . .	64
5.9	Processo de calibração. . . . .	65
5.10	Medida de comprimento de trinca. . . . .	66
5.11	Comparação entre máscaras. À esquerda, aplicação da máscara <i>average</i> e, à direita, aplicação da máscara <i>gaussian</i> . . . . .	67
5.12	Análise idêntica à apresentado na Figura 5.11 com pós-processamento antigo.	67
5.13	Imagem de referência mostrando os pontos para o cálculo dos deslocamentos - validação do algoritmo DIC. . . . .	68
6.1	Modelo dos corpos de prova utilizados no teste: à esquerda, o primeiro corpo de prova com um único entalhe inclinado à 45°; à direita, o segundo corpo de prova com os dois entalhes horizontais. As medidas estão em milímetros. . .	71
6.2	Detalhe da configuração do entalhe. Em destaque, a localização do furo e os sentidos dos percursos do fio da eletroerosão. . . . .	72
6.3	Metodologia utilizada para a aplicação do spray nos corpos de prova para os testes. . . . .	73

6.4	Procedimento com lâmina de barbear para aumentar a concentração de tensões na ponta de cada entalhe. . . . .	74
6.5	Resultado do procedimento realizado com lâmina de barbear para criar um ângulo mais agudo nas extremidades do entalhe criado com a eletroerosão à fio. . . . .	75
6.6	Notação adotada para facilitar a localização das trincas. À esquerda, é mostrada a notação para o corpo de prova com entalhe inclinado. À direita, se encontra a notação para o corpo de prova com dois entalhes horizontais. . . . .	75
6.7	Montagem completa. . . . .	77
7.1	Gráfico do comprimento da trinca 1 em relação ao número de ciclos para as chapas com entalhe inclinado. . . . .	79
7.2	Gráfico do comprimento da trinca 2 em relação ao número de ciclos para as chapas com entalhe inclinado. . . . .	80
7.3	Detalhe das regiões nas pontas das trincas que sofreram grande deformação plástica devido a sobrecarga inesperada no teste da terceira chapa. . . . .	81
7.4	Sequência de imagens mostrando a propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado. . . . .	82
7.5	Gráfico do comprimento das trincas 1 e 4 em relação ao número de ciclos para as chapas com dois entalhes horizontais. . . . .	85
7.6	Gráfico do comprimento das trincas 2 e 3 em relação ao número de ciclos para as chapas com dois entalhes horizontais. . . . .	85
7.7	Início de curvatura na chapa 3. . . . .	86
7.8	Sequência de imagens mostrando a propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais. . . . .	87
7.9	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deslocamentos na direção 1. . . . .	90
7.10	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deslocamentos na direção 2. . . . .	91
7.11	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deformação $\varepsilon_{22}$ . . . . .	92
7.12	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deslocamentos na direção 1. . . . .	93
7.13	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deslocamentos na direção 2. . . . .	94
7.14	Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deformação $\varepsilon_{22}$ . . . . .	95

7.15	Geometria e condições de contorno utilizadas para simular o problema da chapa com entalhe inclinado. . . . .	97
7.16	Geometria da chapa com entalhe inclinado apresentando a trinca propagada, obtida pela simulação. . . . .	98
7.17	Comparação entre a geometria propagada obtida pela simulação e a geometria propagada do primeiro corpo de prova testado com esta configuração. . . . .	98
7.18	Perfis de propagação da trinca mapeados a partir das imagens e obtidos numericamente para as trincas 1 e 2 dos corpos de prova com entalhe inclinado a 45°. . . . .	100
7.19	Imagem obtida do lado oposto ao da aplicação do spray de tinta. . . . .	101
7.20	Comparação entre os resultados para vida em fadiga para a trinca 1 da primeira chapa com trinca inclinada utilizando diferentes abordagens. . . . .	102
7.21	Vida em fadiga da trinca 1 da chapa com entalhe inclinado. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente. . . . .	103
7.22	Vida em fadiga da trinca 2 da chapa com entalhe inclinado. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente. . . . .	103
7.23	Pontos utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados da correlação de imagens. . . . .	104
7.24	Pontos na imagem da chapa com entalhe inclinado utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados do algoritmo de propagação. . . . .	104
7.25	Geometria e condições de contorno utilizadas para simular o problema da chapa com dois entalhes horizontais. . . . .	106
7.26	Geometria da chapa com dois entalhes horizontais apresentando a trinca propagada, obtida pela simulação. . . . .	107
7.27	Comparação entre a geometria propagada: (a) geometria propagada do primeiro corpo de prova testado para esta configuração, (b) geometria obtida pela simulação e (c) geometria obtida pela simulação com interpolação. . . . .	107
7.28	Perfis de propagação da trinca mapeados a partir das imagens e obtidos numericamente para as trincas 1, 2, 3 e 4 dos corpos de prova com dois entalhes horizontais. . . . .	110
7.29	Vida em fadiga das trincas 1 e 4 da chapa com dois entalhes horizontais. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente. . . . .	111
7.30	Vida em fadiga das trincas 2 e 3 da chapa com dois entalhes horizontais. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente. . . . .	112

7.31	Pontos utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados da correlação de imagens. . . . .	113
7.32	Pontos na imagem da chapa com entalhe inclinado utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados do algoritmo de propagação. . . . .	113

# Lista de Tabelas

4.1	Fator de intensidade de tensão em modo $I$ normalizado para a placa retangular com trinca central inclinada ( $h/w = 2$ , $\beta = 45^\circ$ ). . . . .	46
4.2	Fator de intensidade de tensão em modo $II$ normalizado para a placa retangular com trinca central inclinada ( $h/w = 2$ , $\beta = 45^\circ$ ). . . . .	47
4.3	Fator de intensidade de tensão em modo $I$ para a ponta da trinca $A$ . . . . .	49
4.4	Fator de intensidade de tensão em modo $II$ para a ponta da trinca $A$ . . . . .	50
4.5	Fator de intensidade de tensão em modo $I$ para a ponta da trinca $B$ . . . . .	50
4.6	Fator de intensidade de tensão em modo $II$ para a ponta da trinca $B$ . . . . .	50
5.1	Resultados dos deslocamentos na horizontal ( $u$ ) obtidos para validação do programa DIC. . . . .	69
5.2	Resultados dos deslocamentos na vertical ( $v$ ) obtidos para validação do programa DIC. . . . .	69
6.1	Propriedades do Alumínio 2024-T3 utilizado nos testes. . . . .	71
6.2	Recomendações para o tamanho médio das marcas de tinta para aplicação da correlação de imagens: relação entre a dimensão da janela de correlação e o tamanho médio ótimo das marcas de tinta (Lecompte et al., 2006). . . . .	73
6.3	Comprimento das pré-trincas e ciclos gastos para a chapa com trinca inclinada. (Trinca 1/Trinca 2) . . . . .	75
6.4	Comprimento das pré-trincas e ciclos gastos para a chapa com duas trincas horizontais. (Trinca 1/Trinca 2/Trinca 3/Trinca 4) . . . . .	75
6.5	Principais equipamentos utilizados nos testes. . . . .	76
7.1	Dados obtidos no teste de fadiga da primeira chapa com trinca inclinada. . .	80
7.2	Dados obtidos no teste de fadiga da segunda chapa com trinca inclinada. . .	81
7.3	Dados obtidos no teste de fadiga da terceira chapa com trinca inclinada. . .	81
7.4	Dados obtidos no teste de fadiga da primeira chapa com dois entalhes horizontais. . . . .	83

7.5	Dados obtidos no teste de fadiga da segunda chapa com dois entalhes horizontais. . . . .	84
7.6	Dados obtidos no teste de fadiga da terceira chapa com dois entalhes horizontais. . . . .	84
7.7	Razão de calibração para os testes das três chapas com um entalhe inclinado.	89
7.8	Razão de calibração para os testes das três chapas com dois entalhes horizontais. . . . .	89
7.9	Medidas de trinca para o primeiro corpo de prova com um entalhe inclinado utilizando a função de medida de trinca e resultado da medida durante o experimento. . . . .	89
7.10	Medidas de trinca para o primeiro corpo de prova com dois entalhes horizontais utilizando a função de medida de trinca e resultado da medida durante o experimento. . . . .	89
7.11	Tamanho dos incrementos para as trincas 1 e 2 durante a propagação. . . . .	97
7.12	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 1 durante a propagação. . . . .	99
7.13	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 2 durante a propagação. . . . .	99
7.14	Valores de $K_{Ieq}$ para as duas trincas durante a propagação. . . . .	99
7.15	Valores para os ângulos de propagação $\theta$ em graus para as duas trincas durante a propagação. . . . .	100
7.16	Coordenadas dos pontos na imagem da chapa 1 analisada. . . . .	105
7.17	Coordenadas dos pontos no modelo da chapa 1 analisado. . . . .	105
7.18	Valores dos deslocamentos na direção 2 calculados pelo algoritmo de propagação e pela correlação de imagens para os 9 pontos na chapa com entalhe inclinado. . . . .	105
7.19	Tamanho dos incrementos das trincas 1, 2, 3 e 4 durante a propagação. . . . .	108
7.20	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 1 durante a propagação. . . . .	108
7.21	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 2 durante a propagação. . . . .	108
7.22	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 3 durante a propagação. . . . .	109
7.23	Valores de $K_I$ e $K_{II}$ para a trinca 4 durante a propagação. . . . .	109
7.24	Valores de $K_{Ieq}$ para as quatro trincas durante a propagação. . . . .	109
7.25	Valores para os ângulos de propagação $\theta$ em graus para as quatro trincas durante a propagação. . . . .	110
7.26	Coordenadas dos pontos na imagem da chapa 2 analisada. . . . .	114
7.27	Coordenadas dos pontos no modelo da chapa 2 analisado. . . . .	114
7.28	Valores dos deslocamentos na direção 2 calculados pelo algoritmo de propagação e pela correlação de imagens para os 9 pontos na chapa com dois entalhes.	114



# Nomenclatura

## Letras latinas

$t_i$	- Vetor de forças de superfície
$u_i$	- Vetor de deslocamentos lineares
$n_i$	- Versor normal a um plano
$t_{ij}^*$	- Solução fundamental para forças de superfície
$u_{ij}^*$	- Solução fundamental para deslocamentos
$r$	- Distância entre o ponto fonte e o ponto campo
$E$	- Módulo de elasticidade
$W$	- Densidade de energia de deformação
$G$	- Taxa de alívio de energia potencial
$K$	- Fator de intensidade de tensão
$K_{Ic}$	- Tenacidade a fratura
$C, m$	- Constantes da expressão da Lei de Paris
$a$	- Tamanho do incremento de propagação da trinca
$U$	- Constante de correção para o modelo de fechamento de trinca
$J$	- Valor obtido pela Integral J
$S$	- Fator densidade de energia de deformação
$N$	- Número de ciclos
$C$	- Coeficiente de correlação normalizado

## Letras Gregas

$\sigma_{ij}$	- Tensor de Tensões
$\varepsilon_{ij}$	- Tensor de Deformações
$\delta_{ij}$	- Delta de Kronecker
$\Gamma$	- Contorno do problema

$\mu$	-	Módulo de cisalhamento
$\nu$	-	Razão de Poisson
$\kappa$	-	Constante elástica do material
$\Pi$	-	Energia Potencial
$\theta$	-	Ângulo de propagação da trinca

## Abreviações

MEC	-	Método dos Elementos de Contorno
MECD	-	Método dos Elementos de Contorno Dual
MEF	-	Método dos Elementos Finitos
MFEL	-	Mecânica da Fratura Elástica Linear
MFEP	-	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
MTC	-	Máxima Tensão Circunferencial
MDED	-	Mínima Densidade de Energia de Deformação
CID	-	Correlação de Imagens Digitais

# Capítulo 1

## Introdução

O fenômeno da fratura tem sido enfrentado pela sociedade em muitas situações através dos tempos. Na engenharia este fenômeno tem sido cada vez mais presente principalmente pelo constante aumento da complexidade dos projetos de uma maneira geral. Em problemas de fratura é muito comum a presença do fenômeno da fadiga. A fratura por fadiga ocorre quando uma peça é submetida a um carregamento cíclico, podendo ser de intensidade variável ou não, o que ocasiona o surgimento e a propagação de uma trinca, seja esta externa ou interna à estrutura. Este tipo de falha é localizada, progressiva e cumulativa. O carregamento, bem como a geometria da peça, influenciam de maneira significativa no comportamento em fadiga. A fadiga culmina na fratura, ruptura ou quebra do material, quando este chega ao limite de sua resistência.

A combinação entre o problema da fratura e da propagação de trincas por fadiga já provocaram diversas fatalidades na história da engenharia. Um dos mais antigos casos onde a combinação entre estes dois fenômenos provocou uma tragédia, foi a quebra de um tanque gigante em Boston no dia 15 de Janeiro de 1919, vide Figura 1.1. Tal acidente foi causado pela propagação de trincas que se iniciaram em defeitos superficiais, associados à mudança de temperaturas e corrosão (Erdogan, 2000). Mais recentemente, houve o acidente com o voo 243 da *Aloha Airlines*, também provocado pela propagação de trincas em fadiga. Neste acidente, grande parte da fuselagem se perdeu em pleno ar, resultando nos estragos mostrados na Figura 1.2.



Figura 1.1: Quebra de tanque em Boston, 1919. (<<http://edp.org/molasses.htm>>, acesso em 11/05/09)



Figura 1.2: Acidente do voo 243 da *Aloha Airlines*.(<<http://www.airdisaster.com>>, acesso em: 11/05/09)

Em situações mais recentes, onde a complexidade do projeto tem crescido muito, pode-se citar casos onde ocorre a propagação de trincas por fadiga em virabrequins, que possuem geometria muito complexa e, conseqüentemente, difícil de modelar. A Figura 1.3 mostra um teste de fadiga executado em um virabrequim comercial que falhou sob flexão pura.

A indústria do petróleo, que tem se desenvolvido muito nos últimos anos, sofre constantemente com a fratura e a fadiga. A razão para que estas estruturas sofram a ação de tais fenômenos, se deve a sua presença em águas profundas, onde estes estão sujeitos a fadiga provocada pelo movimento das ondas e a ação da corrosão ligada ao meio agressivo das águas salgadas. Neste caso, a presença de fissuras na superfície pode ser fatal para a estrutura, já que a sua propagação pode ocorrer com velocidade muito acentuada. A Figura 1.4 mostra um trinca em um riser testado em fadiga em recente estudo (Fraisner, 2007).



Figura 1.3: Virabrequim após teste de fadiga em flexão pura (ReliaSoft, 2007).



Figura 1.4: Trinca por fadiga em *riser* (Fraisner, 2007).

Estes foram alguns exemplos para mostrar a contextualização e importância do assunto relacionado a Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga, os quais serão tratados no presente trabalho. Para tal, serão utilizadas as teorias da Mecânica da Fratura Linear Elástica e Fadiga sob carregamentos constantes, cujos conceitos serão apresentados em capítulos deste trabalho.

## 1.1 Objetivos

O objetivo principal do presente trabalho foi o de apresentar uma ferramenta capaz de modelar problemas da Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas em Fadiga utilizando o Método dos Elementos de Contorno Dual. Para obter este resultado, foi utilizada a teoria da Mecânica da Fratura Linear Elástica, que é a base para a implementação do cálculo dos fatores de intensidade de tensão e do ângulo de propagação dos incrementos. Além disso, foram estudados conceitos ligados a Propagação de Trincas por Fadiga, que possibilitam o cálculo da vida dos componentes. A fim de verificar a coerência dos resultados numéricos, foram realizados ensaios experimentais de problemas simulados, onde foram monitoradas informações relativas ao perfil de propagação e vida em fadiga dos espécimes, sendo que para isto, foram utilizadas técnicas de processamento de imagens. Tais técnicas também foram estudadas, sobretudo a técnica de Correlação de Imagens Digitais.

## 1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está dividido em oito capítulos a contar a partir desta introdução, divididos da seguinte forma:

**Capítulo 1:** *Introdução.* Neste capítulo, apresenta-se uma breve contextualização dos assuntos abordados neste trabalho, além de buscar mostrar as motivações para a sua realização.

**Capítulo 2:** *Método dos Elementos de Contorno Dual.* Este capítulo descreve o Método dos Elementos de Contorno Dual, onde são abordados alguns aspectos da formulação e alguns comentários a cerca do algoritmo utilizado.

**Capítulo 3:** *Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga.* Este capítulo apresenta os fundamentos da Mecânica da Fratura e propagação de trincas por fadiga, iniciando-se com o tratamento dos conceitos básicos que regem tais temas. Este capítulo apresenta uma breve introdução e revisão bibliográfica, passando a apresentação de conceitos como concentração de tensões, balanço energético, fator de intensidade de tensões e Integral  $J$ . Posteriormente, são tratados alguns aspectos relacionados com a propagação de trincas por fadiga, tais como: curvas de taxa de propagação de trinca por fadiga, equações empíricas para descrição do crescimento de trincas por fadiga e modelo de fechamento de trincas.

**Capítulo 4:** *Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga Computacional.* Este capítulo trata de uma abordagem computacional da Mecânica da Fratura e propa-

gação de trincas por fadiga, buscando apresentar aspectos ligados a simulação incremental da propagação, tais como: metodologia numérica para obtenção dos fatores de intensidade de tensão (pela integral  $J$  e pela técnica de extrapolação de deslocamentos), obtenção do ângulo de propagação da trinca (são apresentados os métodos da Máxima Tensão Circunferencial e Mínima Densidade de Energia de Deformação), alguns comentários a cerca do algoritmo implementado utilizando o Método dos Elementos de Contorno Dual e, por fim, são apresentando alguns resultados numéricos para validação da técnica da integral  $J$  implementada neste trabalho.

**Capítulo 5:** *Correlação de Imagens Digitais.* Este capítulo trata da técnica de Correlação de Imagens Digitais, onde são apresentados alguns conceitos básicos ligados a disciplina de processamento de imagens, considerações teóricas com relação a técnica de Correlação de Imagens, apresentação da metodologia numérica para a sua implementação e alguns comentários sobre o algoritmo utilizado.

**Capítulo 6:** *Metodologia Experimental.* Este capítulo é destinado a descrição da metodologia utilizada nos testes experimentais, desde a preparação dos corpos de prova, até a descrição da metodologia para obtenção de pré-trincas e teste de fadiga.

**Capítulo 7:** *Resultados e Discussões.* Este capítulo trata da apresentação dos resultados obtidos neste trabalho, passando pela apresentação e discussão dos resultados experimentais, análise das imagens obtidas durante os testes através da técnica de Correlação de Imagens e comparação entre os resultados numéricos relacionados a propagação de trincas e os resultados experimentais.

**Capítulo 8:** *Conclusão.* Este capítulo é reservado às conclusões do trabalho apresentado, bem como uma descrição das suas principais contribuições e sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Método dos Elementos de Contorno Dual

### 2.1 Introdução

Nas últimas décadas, o Método dos Elementos de Contorno (MEC) tem se mostrado uma alternativa muito boa em relação ao Método dos Elementos Finitos (MEF), devido a sua versatilidade, precisão e baixo custo computacional (Katsikadelis, 2002). A popularização destes métodos computacionais deve-se a crescente evolução tecnológica com a criação de computadores cada vez mais poderosos, tornando tais métodos alternativas atraentes na busca pela diminuição de custos relacionados às simulações experimentais que são muito caras e trabalhosas.

Cruse & Buren (1971) foram os primeiros pesquisadores a aplicar o MEC a um problema de Fratura. Neste trabalho, os autores conseguiram obter apenas resultados razoáveis no cálculo dos fatores de intensidade de tensão. Desde aquela publicação, o método foi melhorado e tem se estabelecido como um dos métodos mais precisos e eficientes para avaliar os fatores de intensidade de tensão e analisar problemas de propagação de trincas (Portela, 1992; Aliabadi, 2002).

No início, a grande dificuldade para os pesquisadores na aplicação do MEC a problemas de fratura, era a degeneração matemática da formulação para situações onde as faces da trinca eram consideradas coplanares (Cruse, 1972). Dessa forma, as primeiras simulações ficavam limitadas ao tratamento de problemas simétricos com modelagem apenas de parte do sólido trincado, a fim de evitar este tipo de problema. Para contornar tal inconveniente, várias abordagens diferentes foram criadas, cada qual com as suas vantagens e desvantagens, podendo ser encontradas com mais detalhes na bibliografia especializada (Aliabadi, 2002). Dentre as abordagens utilizadas, Blandford et al. (1981) resolveram um problema de fratura simulando as faces da trinca coplanares, utilizando uma abordagem baseada em uma formulação de multi-regiões. Nesta metodologia, são criadas duas regiões que contém as faces da



trinca, podendo ser aplicada para problemas simétricos e não-simétricos.

Uma nova alternativa para tratar problemas envolvendo faces da trinca coplanares foi proposta por Portela (1992); Portela et al. (1992), o chamado Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD), que possibilita a análise do problema de fratura em uma única região, podendo ser aplicado para problemas em modo misto de maneira muito eficiente. O fato de possibilitar a análise do problema de fratura em uma única região, constitui uma característica muito importante para problemas de propagação de trincas, já que torna a análise muito simples de ser realizada, pois a necessidade de discretizar apenas os contornos da geometria (característica intrínseca do método) faz com que os novos incrementos sejam modelados com a simples inserção de novos elementos de contorno, não necessitando que a malha seja refeita, o que constitui uma grande vantagem em relação ao MEF aplicado a este mesmo problema, pois, a cada incremento, a malha deve ser inteiramente refeita.

O MECD foi o método utilizado neste trabalho para avaliar o campo elástico do sólido trincado no algoritmo de propagação implementado. O código utilizado foi implementado pelo Professor Êder Lima de Albuquerque durante o seu doutorado e foi gentilmente cedido para que o algoritmo de propagação pudesse ser implementado. Os itens que seguem neste capítulo tratarão de descrever a formulação de forma bem simples e direta. Adicionalmente, o último item traz alguns comentários sobre o algoritmo que foi utilizado.

## 2.2 Formulação

A análise do problema de fratura, onde há a presença de uma trinca no interior do sólido em análise, não pode ser realizada com a formulação comum do MEC, já que tal situação caracteriza um problema mal formulado. Nesta situação, a equação integral de contorno para o ponto fonte localizado em uma das superfícies da trinca é idêntica à equação para o ponto fonte com as mesmas coordenadas, porém localizado no contorno oposto, porque ambas as equações são do mesmo tipo e têm o mesmo caminho de integração. Em outras palavras, para cada par de pontos com coordenadas coincidentes, há apenas uma equação integral de contorno. As equações integrais de contorno para deslocamentos e forças de superfície são apresentadas abaixo:

$$c_{ij}(x') u_j(x') + \int_{\Gamma} t_{ij}^*(x', x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(x', x) t_j(x) d\Gamma(x) , \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{2} t_j(x') + n_i(x') \int_{\Gamma} S_{kij}(x', x) u_k(x) d\Gamma(x) = n_i(x') \int_{\Gamma} D_{kij}(x', x) t_k(x) d\Gamma(x) , \quad (2.2)$$

onde  $i$  e  $j$  denotam as coordenadas cartesianas;  $\Gamma$  denota o contorno;  $c_{ij}$  é uma constante de integração proporcional ao ângulo entre duas superfícies que se encontram em um ponto (esta constante vale  $1/2\delta_{ij}$  para contornos suaves, onde  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker);  $u_j$  denotam os deslocamentos nodais;  $t_j$  denotam as forças de superfície nodais;  $t_{ij}^*$  e  $u_{ij}^*$  denotam as soluções fundamentais de Kelvin para tração e deslocamento para o ponto  $x$ , respectivamente;  $x$  e  $x'$  são denominados ponto campo e ponto fonte, respectivamente; a distância entre  $x$  e  $x'$  é denotada por  $r$ ;  $n_i$  denota a normal unitária externa ao contorno no ponto fonte;  $S_{kij}$  e  $D_{kij}$  contêm as derivadas de  $t_{ij}^*$  e  $u_{ij}^*$ . As expressões para as soluções fundamentais para um problema considerando deformação plana são dadas por (Brebbia & Dominguez, 1992):

$$u_{ij}^* = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[ (3-4\nu) \ln \left( \frac{1}{r} \right) \delta_{ij} + r_i r_j \right] , \quad (2.3)$$

$$t_{ij}^* = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ij} + 2r_i r_j] + (1-2\nu)(n_i r_j - n_j r_i) \right\} , \quad (2.4)$$

onde  $\mu$  é o módulo de cisalhamento e  $\nu$  é a razão de Poisson.

Já as expressões para as derivadas das soluções fundamentais, são dadas por:

$$D_{kij} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} [(1-2\nu)(\delta_{ki} r_j + \delta_{kj} r_i - \delta_{ij} r_k) + 2r_i r_j r_k] , \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} S_{kij} = & \frac{2\mu}{4\pi(1-\nu)r^2} \left\{ 2\frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ij} r_k + \nu(\delta_{ik} r_j + \delta_{jk} r_i) + \right. \\ & \left. - 4r_i r_j r_k] + 2\nu(n_i r_j r_k + n_j r_i r_k) + \right. \\ & \left. + (1-2\nu)(2n_k r_i r_j + n_j \delta_{ik} + n_i \delta_{jk}) - (1-4\nu)n_k \delta_{ij} \right\} . \end{aligned} \quad (2.6)$$

As equações 2.1 e 2.2 são linearmente independentes e constituem as bases para o método Dual. O MECD supera o problema causado pelos pontos fonte com coordenadas coincidentes nas faces da trinca pela aplicação da equação integral de contorno para deslocamentos em uma superfície e a equação integral de contorno para forças de superfície na outra. Embora o caminho de propagação permaneça o mesmo para os pontos fonte coincidentes, as respectivas equações integrais de contorno são agora distintas. Este é o procedimento mais geral para tratar o problema da fratura por uma análise em um domínio único.

### 2.2.1 Estratégia de Modelagem

Para efeitos de simplificação dos problemas de fratura a serem modelados, considera-se que as forças de superfície são nulas nos contornos que modelam a trinca. Esta consideração faz com que as expressões 2.1 e 2.2 sejam simplificadas, resultando em

$$c_{ij}(x') u_j(x') + \int_{\Gamma_C} t_{ij}^*(x', x) u_j(x) d\Gamma(x) = 0 \quad (2.7)$$

e

$$n_i(x') \int_{\Gamma_C} S_{kij}(x', x) u_k(x) d\Gamma(x) = 0, \quad (2.8)$$

respectivamente, onde  $\Gamma_C$  denota os contornos da trinca.

Para uma abordagem mais eficiente dos problemas de Fratura modelados com o MECD, busca-se utilizar elementos de contorno quadráticos descontínuos, pois estes satisfazem automaticamente as condições de continuidade e suavidade no nó (Portela, 1992). De um modo geral, estes elementos são empregados na modelagem das faces das trincas do modelo, enquanto que os contornos restantes são modelados com elementos de contorno quadráticos contínuos. Então, a estratégia de modelagem adotada neste trabalho segue a seguinte sistemática:

- O contorno superior da trinca é modelado utilizando-se elementos quadráticos descontínuos e a equação integral de contorno dada pela expressão 2.1 ou 2.7, quando o ponto fonte está localizado nesta região;
- O contorno inferior da trinca é modelado utilizando-se elementos quadráticos descontínuos e a equação integral de contorno dada pela expressão 2.2 ou 2.8, quando o ponto fonte está localizado nesta região;
- O restante dos contornos da estrutura que não estão localizados nas faces da trinca são modelados utilizando-se elementos quadráticos contínuos e a equação integral de deslocamento 2.1, quando ponto fonte está localizado nestas regiões.

## 2.3 Comentários sobre o Algoritmo Utilizado

O código do MECD cedido pelo Prof. Éder Lima de Albuquerque foi implementado durante o seu período de doutorado, para que ele pudesse compreender o método Dual. Trata-se de um algoritmo implementado em MatLab<sup>®</sup> que foi muito testado e utilizado como base

para outros trabalhos posteriores, inclusive para o algoritmo implementado em Albuquerque (2001). Dessa forma, trata-se de um código confiável.

A utilização deste código é bastante simples, pois para realizar a análise de um determinado problema, basta fornecer as suas informações em um arquivo do tipo *.m* (arquivo do editor do MatLab<sup>®</sup>), onde devem constar uma matriz denominada PONTO (principais pontos da geometria), uma matriz denominada LINHA (informa os pontos que devem ser ligados para formar uma linha da geometria) e uma matriz denominada DISCRE (informa quantos elementos devem existir em cada linha da geometria), que são responsáveis pelas informações de geometria e discretização. Além das matrizes citadas acima, devem estar presentes informações relativas às condições de contorno do problema em matrizes como a DESLOC (para condições de deslocamento prescrito, onde informa-se a linha e a condição de deslocamento na direção 1 ou 2) e TRAC (para condições de força prescrita, onde informa-se a linha e a condição de força na direção 1 ou 2). As informações relativas ao material utilizado são fornecidas pelo módulo de elasticidade e razão de Poisson, nas variáveis  $E$  e  $\nu$ , respectivamente. Por último, deve-se informar o tipo de problema a ser considerado na variável *tipo\_prob*, sendo que esta variável é igual a 1 para o estado plano de deformação e 2 para o estado plano de tensão. Exemplos de figuras que podem ser geradas utilizando-se as funções presentes neste código serão apresentadas no decorrer do texto, principalmente na apresentação dos resultados, onde os modelos utilizados para modelar cada problema tratado neste trabalho serão apresentados e detalhados. Além disso, várias funções de pós-processamento que foram implementadas neste trabalho, são provenientes de modificações à partir de funções deste código.

## Capítulo 3

# Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga

### 3.1 Introdução

A Fratura pode ser caracterizada como a formação de novas superfícies no material. Em um nível elementar, a formação de tais superfícies se deve ao processo de quebra das ligações interatômicas no sólido. Em nível macroscópico, a fratura pode ser vista como sendo a separação de um componente em uma ou mais partes devido a propagação de uma ou mais trincas (Erdogan, 2000). Na engenharia, a metodologia que trata do problema da fratura é a chamada Mecânica da Fratura.

A mecânica da fratura tem suas origens em tempos distantes, onde o conceito de tensão na resistência dos materiais ainda nem era estabelecida, sendo que a primeira percepção do chamado "efeito do comprimento"<sup>1</sup>, que é uma característica importante na fratura, é atribuída a anotações de Leonardo da Vinci (1452-1519) onde ele descreve seus experimentos utilizando arames de aço (Erdogan, 2000; Cotterell, 2002). Desde então, vários autores contribuíram para que as bases deste tema fossem estabelecidas de forma concreta. Dentre estes autores, vale citar a contribuição de alguns: Wieghardt (1907) (apud Erdogan, 2000), foi o primeiro pesquisador a detectar a existência da singularidade das tensões em problemas envolvendo trincas, além de ter sido o primeiro a fornecer a solução correta para este problema. Inglis (1913) realizou a quantificação da concentração de tensões ao analisar entalhes elípticos em placas planas, determinando a tensão na extremidade do maior eixo da elipse. Griffith (1921) desenvolveu uma análise do comportamento da fratura em corpos trincados, introduzindo um conceito de balanço energético, que é a base para a teoria da fratura mod-

---

<sup>1</sup>Este efeito está relacionado com a diminuição volumétrica de material, à medida que o comprimento do fio era diminuído em cada teste.

erna. Então, Irwin (1956) propôs um modelo semelhante ao apresentado por Griffith, porém, de uma forma mais conveniente para aplicações de engenharia, introduzindo o conceito da taxa de alívio de energia potencial. Em 1957, Irwin (1957) introduziu o conceito do fator de intensidade de tensões e foi o primeiro pesquisador a reconhecer a natureza assintótica dos campos de tensão e deslocamento perto da trinca. Estas foram as contribuições do início da Mecânica da Fratura e constituem a base para esta metodologia. Mais detalhes sobre a história do desenvolvimento desta disciplina podem ser encontrados em Anderson (1995), Erdogan (2000) e Cotterell (2002).

A fratura final ou colapso é precedida por um intervalo de tempo, onde o sólido passa por algum processo pelo qual a sua resistência mecânica é consideravelmente diminuída, ou seja, pode ser que tenha havido o surgimento e a propagação de uma trinca na estrutura. Este processo pode ocorrer devido a solicitações esporádicas ou, por outro lado, pode ocorrer devido a solicitações cíclicas, com frequências e amplitudes que podem ser variáveis ou não, caracterizando o fenômeno da Fadiga. A metodologia da mecânica da fratura tem sido utilizada para tratar problemas ligados à fadiga dos materiais, desde que Paris e seu grupo de pesquisa (Paris & Erdogan, 1960; Paris et al., 1961) conseguiram relacionar a propagação das trincas com a variação do fator de intensidade de tensões, demonstrando que este era o parâmetro que controlava a propagação (na região de propagação estável). Desde então, diversos são os trabalhos onde os autores procuraram modificar a relação proposta por Paris e seus cooperadores, buscando modelar problemas desde a nucleação, ou até mesmo até a fase final da propagação, culminando na ruptura do sólido, vide Forman (1967), Walker (1970), Priddle & Walker (1976) e McEvily (1988). Dentre os trabalhos que podem ser encontrados em pesquisas mais recentes sobre o estudo da propagação de trinca por fadiga, apenas para enumerar alguns, pode-se citar o trabalho de Pirondi & Nicoletto (2006), onde os autores analisaram a propagação da trinca em adesivos que podem ser utilizados na colagem de materiais compósitos, construção civil e indústria aeroespacial, sob uma abordagem fractográfica. Também estudando a propagação de trincas por fadiga, Sabelkin et al. (2006) analisaram o caso de placas finas de alumínio 2024-T3 trincadas, reparadas com diferentes configurações de compósitos à base de Boro/Epóxi fixados com adesivos do tipo AF-163-2M, demonstrando o aumento da vida em fadiga devido à diminuição dos esforços na região onde se localiza a falha. Vanlanduit et al. (2008) realizaram um estudo da fadiga em alto ciclo, monitorando a propagação da trinca por técnicas de processamento de imagens em um componente sujeito a um momento fletor. Também estudando este tema, há o trabalho de Bae et al. (2008), onde os autores estudam a fadiga em um filme com  $1\mu m$  de espessura sujeito a tensões cíclicas, através de um sistema de testes de fadiga equipado com microscópios.

## 3.2 Fundamentos

### 3.2.1 Concentração de Tensões (Inglis)

Inglis (1913) foi um dos pesquisadores que deram as primeiras contribuições para aquela que viria se tornar uma disciplina muito importante na engenharia: a Mecânica da Fratura. Ele estudou um problema que consistia em um corpo infinito com a presença de um furo elíptico sob um carregamento remoto, constatando que havia uma concentração das tensões nas extremidades do furo, ou seja, onde o raio de curvatura da elipse é pequeno, como mostrado pelo ponto  $A$  na Figura 3.1. Como resultado de seus estudos, ele conseguiu obter uma expressão para as tensões no ponto  $A$  da elipse:

$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right), \quad (3.1)$$

onde  $\rho = b^2/a$  é o raio de curvatura da elipse.

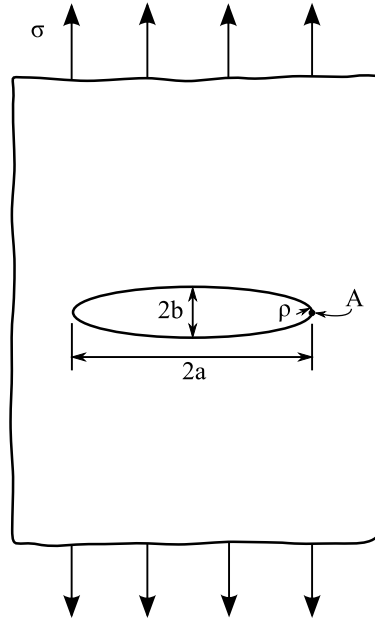


Figura 3.1: Entalhe elíptico em uma placa plana infinita.

Analisando-se a equação 3.1, pode-se perceber que o efeito de concentração de tensão é maior, quanto menor for o raio de curvatura na extremidade da elipse. Porém, em uma situação onde este raio de curvatura atinge valor nulo, há a presença de uma trinca e os valores de tensão calculados utilizando-se esta abordagem tendem ao infinito. Sob este ponto de vista, um sólido com a presença de uma trinca sofreria uma ruptura submetido a uma carga nominal muito pequena, o que não ocorre na realidade. Dessa forma, a contribuição de Inglis

se restringiu a resolver o problema de um furo elíptico em uma placa infinita, demonstrando a concentração de tensões causada pela descontinuidade no sólido.

### 3.2.2 Balanço Energético de Griffith

Griffith foi o pesquisador que conseguiu demonstrar o efeito do tamanho das trincas nos sólidos, ou seja, o comportamento da fratura em sólidos trincados em seu trabalho pioneiro (Griffith, 1921). Para tal, ele realizou vários experimentos utilizando corpos de prova confeccionados com vidro, assumindo um material com comportamento frágil, apresentando uma trinca de comprimento  $2a$  e espessura  $B$ , vide Figura 3.2.

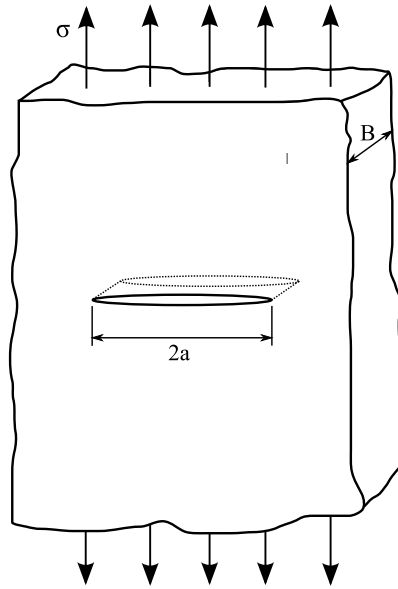


Figura 3.2: Modelo utilizado por Griffith em seus experimentos.

A motivação de Griffith para realizar a investigação da fratura nos sólidos trincados, residia no fato de tais corpos apresentarem ruptura sob cargas nominais muito menores do que aquelas previstas pelos cálculos. Até aquele momento, nenhum critério de projeto era capaz de explicar tal comportamento e este cenário não mudou até depois da Segunda Guerra Mundial, quando muitas falhas catastróficas em tanques e navios cargueiros aconteceram (Gdoutos, 2005).

Segundo Griffith, em materiais idealmente frágeis, a trinca se propagaria de maneira instável se a energia de deformação liberada pelo avanço da trinca de um comprimento infinitesimal fosse maior do que a energia de superfície absorvida para este pequeno incremento de trinca. Considerando a placa infinita trincada da Figura 3.2 submetida a uma tensão uniforme, realiza-se o balanço energético de Griffith para um incremento de trinca  $dA$ , considerando o equilíbrio (Miranda, 2003):



$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_S}{dA} = 0 , \quad (3.2)$$

onde  $E_T$  é a energia total do sistema,  $\Pi$  é a energia potencial do sólido e  $W_S$  representa a energia de formação de novas superfícies da trinca.

Baseado nas análises desenvolvidas por Inglis, Griffith mostrou que

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E} , \quad (3.3)$$

onde  $\Pi_0$  é a energia potencial do mesmo sólido, porém, sem trinca.

A energia de formação de novas superfícies da trinca é obtida por

$$W_S = 2(2aB\gamma_S) , \quad (3.4)$$

onde  $\gamma_S$  é a energia elástica de superfície do material.

Substituindo as equações 3.3 e 3.4 em 3.2, obtém-se a tensão de fratura:

$$\sigma_f = \left( \frac{2E\gamma_S}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

Vale lembrar que esta equação é válida para materiais idealmente frágeis. Sob uma análise mais geral, Griffith estendeu o teorema da energia potencial mínima, possibilitando a sua aplicação para o momento crítico onde a fratura do sólido ocorre (Gdoutos, 2005).

### 3.2.3 Taxa de Alívio de Energia Potencial, $G$

Irwin (1956) propôs o modelo Griffith de uma maneira mais conveniente para a engenharia, definindo um parâmetro denominado Taxa de Alívio de Energia Potencial,  $G$ , que representa a energia absorvida pela trinca para se propagar. Este parâmetro é definido como:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (3.6)$$

Para a placa da Figura 3.2, a equação 3.6 se torna:

$$G = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (3.7)$$

onde  $G$  é uma propriedade intrínseca do material que o sólido é constituído e pode ser encontrado em diversos manuais e livros da literatura especializada. A relação deste parâmetro com a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) será melhor apresentada no item 3.2.5.

### 3.2.4 Modos de Deformação

Na Mecânica da Fratura, existem três modos básicos de deformação para um corpo trincado. Estes modos são classificados pelos movimentos da superfície superior da trinca com relação à superfície inferior. O Modo *I* é conhecido como “modo de abertura”, já que as superfícies se movimentam de modo a promover a abertura da ponta da trinca em relação ao seu plano. O Modo *II* é conhecido como “modo de cisalhamento no plano”, onde as superfícies se movimentam de modo a “deslizar” em sentidos opostos no plano da trinca. Por fim, o Modo *III* é conhecido como “modo de cisalhamento fora do plano”, onde as superfícies se movimentam de modo a “deslizar” em sentidos opostos fora do plano da trinca. Tais modos são apresentados esquematicamente pela Figura 3.3.

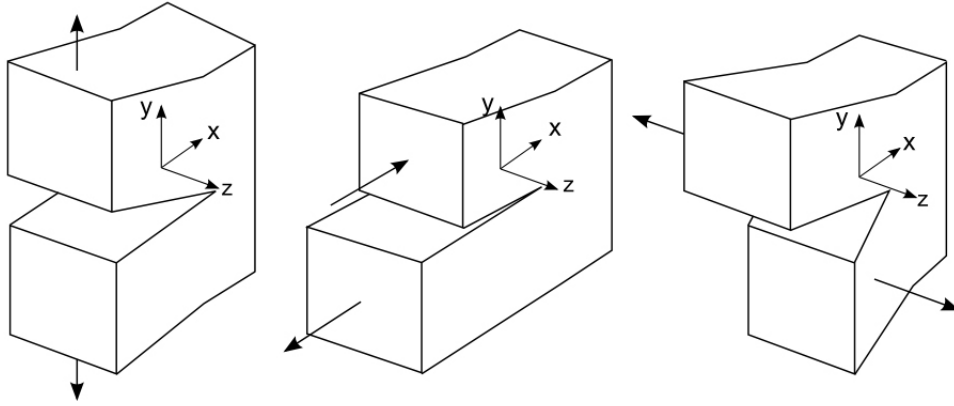


Figura 3.3: Modos de Deformação: (a) Modo *I*, (b) Modo *II* e (c) Modo *III*.

Com o conceito dos três modos básicos de fratura, qualquer deformação da trinca pode ser representada pela superposição de modos adequada para a aplicação (Anderson, 1995).

### 3.2.5 Fator de Intensidade de Tensões

Westergaard (1939) estudou o campo de tensões na vizinhança de uma trinca de comprimento  $2a$ , submetida ao modo *I* puro em um carregamento remoto, e constatou que o campo de tensões presente nesta região é uma função da tensão aplicada no sólido  $\sigma$ , da dimensão da trinca e das coordenadas polares  $r$  e  $\theta$  em relação a direção da ponta da trinca, conforme a Figura 3.4. A expressão para o campo de tensões é dada por:

$$\sigma_{ij} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} f_{ij}(\theta) , \quad (3.8)$$

onde  $f_{ij}(\theta)$  é uma função da coordenada polar  $\theta$ .

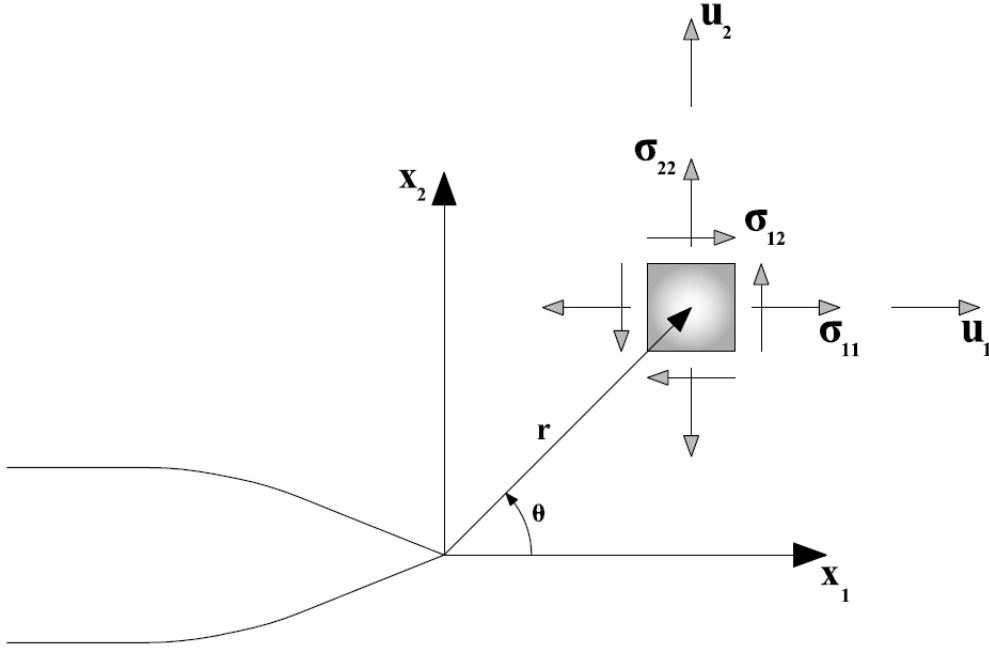


Figura 3.4: Sistemas de Coordenadas Local na Ponta da Trinca.

Posteriormente, à partir das expressões obtidas por Westergaard, Irwin (1957) identifica um fator de proporcionalidade nestas expressões e o associa a cada modo de deformação. Dessa forma, foram criados os fatores de intensidade de tensão  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ , que são relativos aos modos *I*, *II* e *III* de deformação, respectivamente.

Os fatores de intensidade de tensão podem ser interpretados fisicamente como sendo parâmetros que definem a intensidade do campo de tensões e deslocamento na região que engloba a ponta da trinca, não dependendo das variáveis  $r$  e  $\theta$ . Dessa forma, duas trincas com comprimentos diferentes e submetidas a tensões diferentes, apresentarão a mesma distribuição de tensões e deslocamentos desde que os fatores de intensidade de tensão sejam os mesmos (Silveira, 2003).

Irwin (1957) também mostrou que a taxa de alívio de energia potencial  $G$  de um material pode ser relacionada com os fatores de intensidade de tensão (para um material sob regime elástico linear), da seguinte forma:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} , \quad (3.9)$$

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} , \quad (3.10)$$

$$G_{III} = \frac{K_{III}^2}{2\mu} , \quad (3.11)$$

onde  $E' = E$  para tensão plana e  $E' = E/(1-\nu^2)$  para deformação plana.

Para o caso mais geral (considerando fratura coplanar):

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (3.12)$$

### 3.2.6 Campos de Tensões e Deslocamentos Singulares

O conhecimento dos campos de tensões e deslocamentos singulares que se encontram na região da ponta da trinca é essencial para que seja possível estudar o processo de fratura. Expressões para estes campos podem ser encontradas em Rice (1968a). O campo de tensões para o modo  $I$  de fratura (abertura da trinca) próximo a ponta da trinca, levando em consideração o sistema de coordenadas apresentado na Figura 3.4 é apresentado:

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (3.13)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (3.14)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (3.15)$$

E o campo de deslocamentos é dado por:

$$u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (3.16)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (3.17)$$

Para o modo  $II$  de fratura (cisalhamento no plano da trinca) as expressões para o campo de tensões são dadas por:

$$\sigma_{11} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \right\} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (3.19)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (3.20)$$

E para o campo de deslocamentos associado:

$$u_1 = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ \kappa + 1 + 2\cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (3.21)$$

$$u_2 = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ -\cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ \kappa - 1 - 2\operatorname{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \right\} \quad (3.22)$$

Nas expressões de 3.13 a 3.22,  $K_I$  e  $K_{II}$  são os fatores de intensidade de tensão para os modos  $I$  e  $II$ , respectivamente;  $\mu$  é o módulo de cisalhamento e a constante  $\kappa$  é dada por  $\kappa = 3 - 4\nu$ , para deformação plana, e  $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ , para tensão plana, onde  $\nu$  é a razão de Poisson.

Em um problema em modo misto (e.g. quando um espécime está sendo solicitado de maneira a apresentar mais do que um modo de fratura simultaneamente), as tensões ou deslocamentos são obtidos através da contribuição de cada um dos modos separadamente, pelo Princípio da Superposição linear (Anderson, 1995):

$$\sigma_{ij}^{total} = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^{II} + \sigma_{ij}^{III} \quad (3.23)$$

Aplicando o Princípio da Superposição Linear nas expressões 3.13, 3.14, 3.15, 3.18, 3.19 e 3.20, tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ 1 - \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \\ & - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ 2 + \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ 1 + \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.25)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ 1 - \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (3.26)$$

Para o caso onde há um carregamento combinado entre os Modos  $I$  e  $II$ , pode ser interessante obter expressões para o campo de tensões em coordenadas polares. Utilizando as expressões 3.24, 3.25 e 3.26 pode-se obter (Miranda, 2003):

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ K_I \left[ 1 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) - 2K_{II} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \right\} \quad (3.27)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right] \quad (3.28)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \{ K_I \sin(\theta) + K_{II} [3\cos(\theta) - 1] \} \quad (3.29)$$

Tais expressões, deduzidas em coordenadas polares, serão úteis posteriormente, pois devem ser utilizadas para determinar a direção da propagação da trinca pelos critérios da Máxima Tensão Circunferencial e Mínima Densidade de Energia de Deformação.

### 3.2.7 Integral $J$

A Mecânica da Fratura Linear Elástica é válida em situações onde as deformações não-lineares estão presentes em pequenas regiões na ponta da trinca, ou ainda, quando a plasticidade é pequena na região da ponta da trinca. Para várias situações onde tais condições não são respeitadas, este tipo de abordagem não é aplicável. Dessa forma, a fim de conseguir contornar algumas dessas situações e caracterizar o comportamento da fratura de maneira mais adequada, existe a chamada Mecânica da Fratura Elasto-Plástica. Os dois parâmetros mais utilizados neste tipo de abordagem são o *CTOD* (*Crack Tip Opening Displacement*) e a Integral  $J$ . Tais parâmetros são capazes de modelar o problema da fratura em materiais elasto-plásticos e podem ser utilizados como critérios de falha e de caracterização de material. A aplicabilidade de tais parâmetros também é limitada, porém é muito menos restrita do que os parâmetros empregados na *MFLE*.

O primeiro trabalho a tratar das integrais independentes do caminho obtidas através do teorema da conservação da energia foi publicado por Eshelby (1956). De forma independente, Rice (1968b) descobriu e aplicou uma integral de caminho independente ao problema de um entalhe (trinca), sendo o primeiro a aplicar tal metodologia em um problema de fratura. Desta forma, é comum encontrar trabalhos citando *Integral de Eshelby-Rice*, mas a forma mais comum é a conhecida *Integral J*.

A Integral  $J$  independe do caminho escolhido para realizar o seu cálculo e tal característica foi demonstrada no trabalho de Rice (1968b). Ela é definida em relação a um eixo local na ponta da trinca, como mostrado pela Figura 3.5. Para um corpo bidimensional, esta integral apresenta a seguinte forma:

$$J = \int_{\Gamma} \left( W n_1 - t_j \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) ds \quad (3.30)$$

Na equação 3.30,  $\Gamma$  representa um caminho arbitrário que circunda a ponta da trinca e deve ser percorrido no sentido anti-horário durante a integração,  $W$  representa a densidade de energia de deformação dada pela expressão  $W = \int_0^{\varepsilon_{kl}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ ,  $t_j$  representa as forças de superfície e  $n_1$  representa a normal na direção 1.

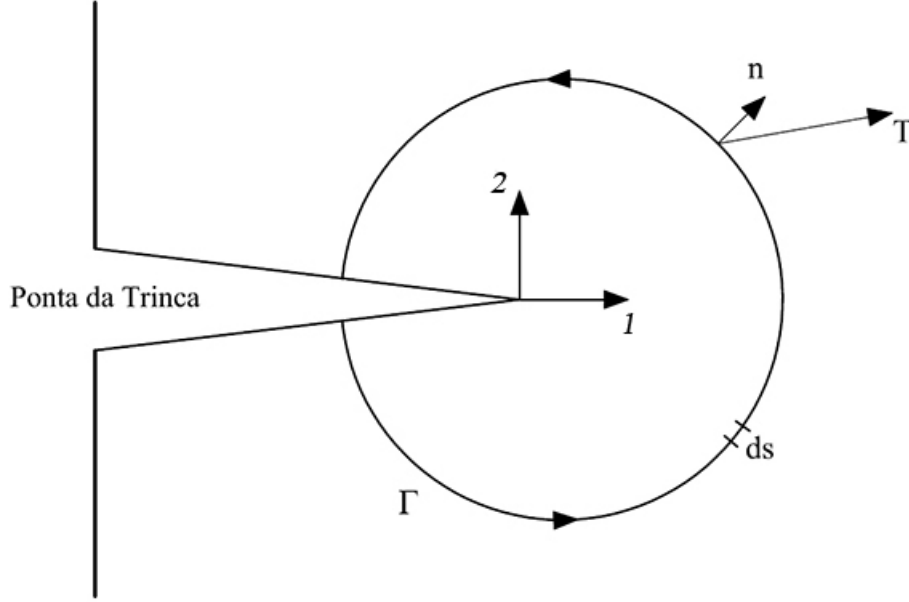


Figura 3.5: Representação da Integral J.

### 3.3 Propagação de Trincas por Fadiga

#### 3.3.1 Curva $da/dN \times \Delta K$

No início da década de 60, alguns pesquisadores demonstraram que a Mecânica da Fratura era a ferramenta adequada para modelar a propagação de trincas em metais devido ao fenômeno da fadiga (Paris & Erdogan, 1960; Paris et al., 1961). Nestes trabalhos, os autores resolveram um problema que até então era tratado de maneira errônea: eles mostraram que o problema da propagação da trinca por fadiga era dominado pela variação do fator de intensidade de tensão ( $\Delta K$ ), e não pela tensão no material. Porém, tal abordagem não é válida para todos os problemas de propagação de trincas por fadiga. A Figura 3.6 mostra o esquema do comportamento típico da propagação de trincas em metais, onde pode-se observar três regiões distintas, demarcadas por *I*, *II* e *III*. A região *II* é aquela onde a abordagem uti-

lizada por Paris & Erdogan (1960) modela o problema da propagação de trincas por fadiga de forma adequada. A região *III* é aquela onde há a propagação rápida da trinca até culminar na fratura do material, quando o fator de intensidade de tensões atuante ultrapassa a resistência à fratura do material (tenacidade a fratura, designada por  $K_c$ ). A região *I* é aquela onde há a propagação mais lenta da trinca, que se inicia após o fator de intensidade de tensões ultrapassar um certo limite inferior ( $\Delta K_{th}$ ).

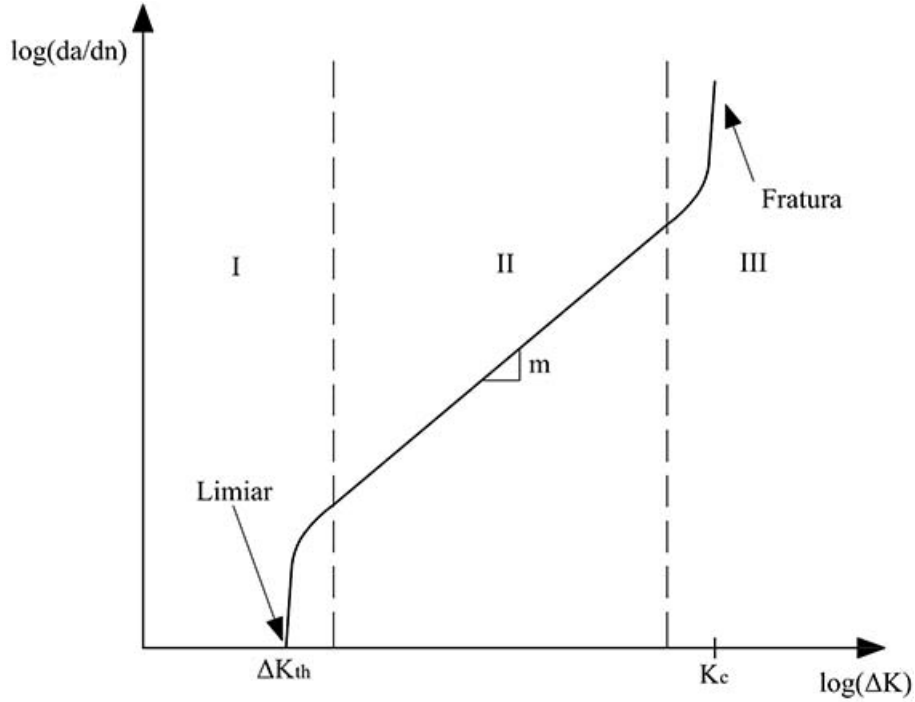


Figura 3.6: Curva  $da/dN \times \Delta K$  mostrando o comportamento típico da propagação de trincas por fadiga em metais.

A abordagem que leva em conta estas considerações para a análise da propagação de trincas em fadiga é baseada no conceito de semelhança ou, o termo em Inglês, "*similitude*" (ou ainda, "*self-similitude*"). A hipótese da semelhança é a de que a propagação da trinca é unicamente caracterizada pelo fator de intensidade de tensão, de modo que duas trincas diferentes com os mesmos valores de  $\Delta K$  e  $K_{max}$  irão se propagar com a mesma velocidade (Anderson, 1995; Jones et al., 2007). Com esta hipótese sendo válida, os resultados obtidos em laboratório para um determinado espécime normalizado, podem ser utilizados para o tratamento de um problema real, desde que a condição de semelhança esteja satisfeita. Esta hipótese não é válida para algumas situações, tais como: região *I* da curva apresentada na Figura 3.6 e propagação de trincas muito pequenas (Jones et al., 2007). Nestes casos, há a necessidade de aplicar outras abordagens.

Considerando que a hipótese de semelhança é válida para uma determinada situação, onde



uma trinca está se propagando devido a um carregamento cíclico com variação de amplitude constante dos fatores de intensidade de tensão,  $K_{min}$  e  $K_{max}$ , e que a zona plástica na região da ponta da trinca é pequena, tem-se que as condições na ponta da trinca são unicamente definidas pelo valor do fator de intensidade de tensões  $K$ , e a taxa de propagação da trinca é caracterizada pelas intensidades de  $K_{min}$  e  $K_{max}$  (i.e. a situação descrita é a que ocorre comumente quando se trabalha na região *II* e início da *III*). Dessa forma, é possível designar uma expressão funcional para a propagação da trinca, como sendo aquela apresentada na equação (Anderson, 1995)

$$\frac{da}{dN} = f_1(\Delta K, R) , \quad (3.31)$$

onde  $\Delta K \equiv (K_{max} - K_{min})$ ,  $R \equiv K_{min}/K_{max}$  e  $da/dN$  é a propagação da trinca por ciclo.

Existem várias expressões para  $f_1$  propostas por vários autores, sendo que a grande maioria delas foi obtida de maneira empírica através de observações experimentais. Algumas dessas expressões são apresentadas no item 3.3.2 deste trabalho.

### 3.3.2 Equações Empíricas para Descrever o Crescimento das Trincas por Fadiga

Esta seção apresenta algumas expressões para  $f_1$  obtidas de maneira empírica, que são utilizadas na equação 3.31 para quantificar a taxa de propagação de trincas por fadiga. Esses modelos tentam descrever, pelo menos em parte, o comportamento da curva  $da/dN$  vs.  $\Delta K$ , utilizando parâmetros de ajuste,  $\Delta K_{th}$  (limiar da amplitude do fator de intensidade de tensão), tenacidade a fratura do material  $K_{Ic}$  e razão de carga  $R$  entre os fatores de intensidade de tensão  $K_{min}$  e  $K_{max}$ . O mais clássico de todos é o modelo proposto por Paris & Erdogan (1960), cuja expressão ficou conhecida como "*Lei de Paris*" e é dada por:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (3.32)$$

A lei de Paris é válida somente para a região *II* e não leva em consideração os efeitos da razão de carga  $R$ . Nesta equação, os parâmetros  $C$  e  $m$  são constantes empíricas obtidas experimentalmente e dependentes do material que está sendo utilizado. O parâmetro  $C$  representa o coeficiente linear do trecho reto da curva apresentada na Figura 3.6, enquanto que  $m$  representa o coeficiente angular. Inicialmente, Paris & Erdogan (1960) haviam proposto um expoente igual a quatro para a equação 3.32, pois era o valor que fazia com que a curva fosse modelada de forma correta para o caso deles. Porém, pesquisas posteriores mostraram que  $m$  não é igual a quatro necessariamente, e que este parâmetro varia dentro de uma faixa

que vai de dois a sete para vários materiais.

Um grande número de pesquisadores tem tentado desenvolver equações para modelar as três regiões da curva que relaciona  $da/dN$  com  $\Delta K$ , sendo que muitas destas são obtidas de maneira empírica, embora haja algumas que tem algum embasamento físico em suas considerações. Forman (1967) propôs uma expressão para modelar as regiões *II* e *III*, dada por:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot \Delta K^m}{(1 - R) K_{Ic} - \Delta K} \quad (3.33)$$

Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot \Delta K^{m-1}}{\left(\frac{K_{Ic}}{K_{max}} - 1\right)} \quad (3.34)$$

Pode-se observar que as equações 3.33 e 3.34 levam em conta a razão de carga  $R$ . Além disso, a taxa de propagação tende ao infinito a medida que  $K_{max}$  se aproxima de  $K_{Ic}$ .

Walker (1970) propôs um modelo para tratar a região *II*, bem similar a lei de Paris, mas incorporando os efeitos da razão de carga  $R$ , tal como:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^{(m+p)} \cdot \left(\frac{1}{1 - R}\right)^p \quad (3.35)$$

Este modelo possui três parâmetros experimentais:  $C$ ,  $m$  e  $p$ . O parâmetro  $p$  é um parâmetro empírico adicional.

Priddle & Walker (1976) propuseram um modelo para tratar as três regiões através de uma relação empírica, porém, sem incluir os efeitos da razão de carga  $R$ , como:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_{Ic} - K_{max}}\right)^m \quad (3.36)$$

Assim como Priddle, McEvily (1988) também propôs um modelo para tratar todas as regiões da curva de propagação da trinca. Este modelo é dado por:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \cdot \left(1 + \frac{\Delta K}{K_{Ic} - K_{max}}\right) \quad (3.37)$$

O valor de  $\Delta K_{th}$  que aparece nas equações 3.36 e 3.37, pode ser obtido, na ausência de valores experimentais confiáveis, através de relações que podem ser encontradas na literatura. Para aços estruturais, pode-se encontrar expressões para estimar os valores deste parâmetro

em Barsom & Rolfe (1987).

### 3.3.3 Modelo de Fechamento de Trinca para a Estimativa de Vida em Fadiga

No início da década de 70, Elber (1970, 1971, 1976) propôs um modelo que levava em consideração o fechamento da trinca durante o processo de propagação. Tal fechamento seria o responsável pela diminuição na propagação da trinca ao longo dos ciclos, o que ocasionava um retardo na curva de número de ciclos por comprimento da trinca. Em seu trabalho, Elber mostrou que a trinca se fechava durante o descarregamento, antes de não haver carga aplicada no corpo de prova (Elber utilizou um corpo de prova confeccionado com alumínio 2024, semelhante ao material que será utilizado no presente trabalho), o que ocasionaria uma diminuição na severidade do processo. Isto foi denominado como fechamento de trinca induzido por plasticidade ("*plasticity-induced fatigue crack closure*"), pois Elber atribuiu o fechamento da trinca a carregamentos compressivos transmitidos pelas faces da trinca de fadiga sem carga (ou quase sem carregamento), provocados pelas deformações plásticas que circundam as faces da trinca (Meggiolaro & Castro, 2001). Além disso, segundo os seus resultados, Elber determinou que o efeito do fechamento da trinca era constante ao longo da propagação. Este fato, culminou na adoção de um modelo, no qual a faixa de variação do fator de intensidade de tensões  $\Delta K$  deveria sofrer uma alteração, a fim de se modelar tal efeito. Então, houve a introdução de um novo  $\Delta K$ , desta vez denominado  $\Delta K_{eff}$ , que seria dado por (Gdoutos, 2005):

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} , \quad (3.38)$$

onde  $K_{max}$  é o fator de intensidade de tensões devido a aplicação da máxima tensão no sólido e  $K_{op}$  é o fator de intensidade de tensões necessário para provocar a abertura completa da trinca. Dessa forma, o comportamento de  $K$  ao longo da propagação da trinca pode ser esquematizado da forma apresentada na Figura 3.7.

Utilizando tal modelo, pode-se adaptar a lei de Paris ou qualquer outro modelo que utiliza  $\Delta K$  para estimar a taxa de propagação da trinca por fadiga, para que seja contabilizada a influência do fechamento da trinca em seu crescimento. Este procedimento é realizado de maneira simples, resultando na seguinte expressão, para o caso da modificação da equação 3.32 (Gdoutos, 2005):

$$\frac{da}{dN} = C (U \Delta K)^m , \quad (3.39)$$

onde

$$U = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}} \quad (3.40)$$

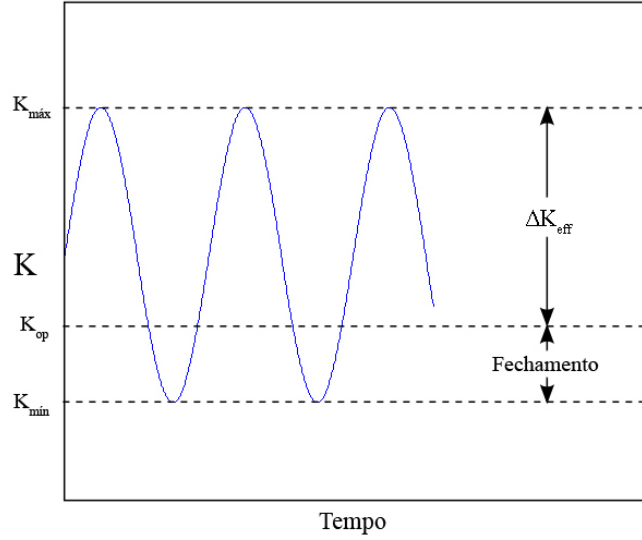


Figura 3.7: Definição da faixa de variação do fator de intensidade de tensões ao longo da propagação da trinca. Gráfico adaptado de Cisilino & Aliabadi (2004).

Elber (1970, 1971) sugeriu a seguinte relação para o cálculo do valor de  $U$ :

$$U = 0.5 + 0.4R , \quad (3.41)$$

onde  $R = K_{min}/K_{max}$  para  $-0.1 \leq R \leq 0.7$ .

Outras relações para o cálculo de  $U$  foram determinadas empiricamente ao longo das pesquisas realizadas nos últimos tempos. Dentre elas, pode-se citar a relação obtida por Schijve (1981):

$$U = 0.55 + 0.33R + 0.12R^2 , \quad (3.42)$$

que é válida para  $-1.0 \leq R \leq 0.54$ . As expressões 3.41 e 3.42 foram obtidas para alumínio 2024-T3.

Com o avanço das pesquisas, o fenômeno do fechamento da trinca foi verificado por vários pesquisadores e novos mecanismos de fechamento foram identificados (Suresh & Ritchie, 1982; Zhang et al., 1997). Dentre os vários mecanismos descobertos, existe o denominado fechamento de trinca induzido por óxido ("*oxide-induced fatigue crack closure*"), que ocorre preferencialmente em ambientes agressivos ou com elevadas temperaturas e ocasiona a oxi-

dação das superfícies de trinca criadas ao longo da propagação. Também existe o mecanismo de fechamento da trinca ocasionado pela rugosidade superficial (*"roughness-induced fatigue crack closure"*), que ocorre devido à imperfeições das superfícies da trinca que entram em contato em pontos isolados, sendo verificado em trincas com perfis tortuosos, associados a mecanismos de fratura em modo misto. Por último, existe o mecanismo de fechamento da trinca devido a transformação de fase do material (*"Transformation-induced fatigue crack closure"*), que ocorre devido a mudança de fase do material que circunda a ponta da trinca, ocasionando um aumento do volume na região de transformação; conforme a trinca avança durante a propagação o material expandido na região de transformação é deixado para trás, provocando uma redução no deslocamento de abertura da trinca. A Figura 3.8 mostra alguns esquemas que ilustram os mecanismos de fechamento de trinca que foram descritos neste item.

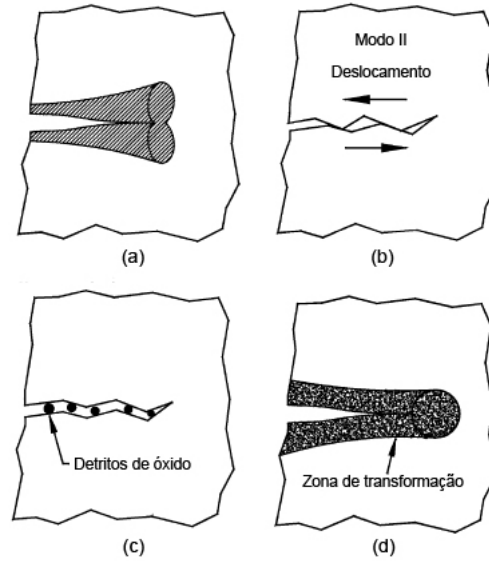


Figura 3.8: Mecanismos de fechamento de trinca: (a) fechamento devido a plasticidade, (b) fechamento devido a rugosidade, (c) fechamento induzido por óxido e (d) fechamento induzido por transformação. Figura adaptada de (Cisilino & Aliabadi, 2004).

No presente trabalho, o modelo de fechamento de trinca foi implementado utilizando-se os valores de  $U$  dados pelas expressões 3.41 e 3.42, e os resultados serão mostrados em itens posteriores.

## Capítulo 4

# Mecânica da Fratura e Propagação de Trincas por Fadiga Computacional

### 4.1 Introdução

Este capítulo é destinado a apresentação dos conceitos da Mecânica da Fratura e da Propagação de Trincas por Fadiga, sob um enfoque voltado a modelagem computacional. Serão abordados os recursos utilizados para simular a propagação de trincas que foram implementados para o algoritmo deste trabalho, desde o cálculo dos fatores de intensidade de tensão, até a previsão de vida em fadiga do sólido trincado que está sendo modelado.

### 4.2 Cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão

O cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão podem ser realizados à partir de soluções analíticas presentes na literatura. Porém, tais soluções são limitadas a casos simples e em pequeno número. Dessa forma, há a necessidade de se calcular tais parâmetros numericamente. Para o problema de Mecânica da Fratura Computacional bidimensional, existem algumas técnicas para calcular os fatores de intensidade de tensão. Dentre elas, se destacam a técnica da Integral  $J$  computacional e a técnica da Correlação de Deslocamentos.

#### 4.2.1 Método da Integral $J$

A Integral  $J$  é calculada através da equação 3.30 apresentada no item 3.2.7 e reproduzida aqui por conveniência:

$$J = \int_{\Gamma} (W n_1 - t_j u_{j'1}) ds \quad (4.1)$$

Nesta equação, a densidade de energia de deformação  $W$  e as forças de superfície  $t_j$  são calculadas utilizando valores da tensão dada pelo tensor  $\sigma_{ij}$  através das relações 4.2 e 4.3 (tais equações já haviam sido apresentadas anteriormente):

$$W = \int_0^{\varepsilon_{kl}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (4.2)$$

$$t_j = \sigma_{ij} n_j \quad (4.3)$$

A equação 4.2 pode ser escrita para um material linear elástico da seguinte maneira:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (4.4)$$

Numericamente, a Integral  $J$  tem o mesmo valor que a taxa de liberação de energia  $G$  para um problema da *MFLE*. Desta forma, pode-se utilizar a expressão dada por 3.12, para obter uma relação entre a Integral  $J$  e os fatores de intensidade de tensão para um problema de fratura bidimensional. Realizando tal manipulação considerando somente os modos  $I$  e  $II$ , tem-se:

$$J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} , \quad (4.5)$$

onde  $E' = E$  para condição de tensão plana e  $E' = E/(1-\nu^2)$  para deformação plana.

Como pode-se notar pela relação 4.5, o valor fornecido pela Integração traz "implicitamente" os valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  (valores acoplados). Um simples procedimento para realizar o desacoplamento dos fatores de intensidade de tensão é adotado. Tal procedimento se baseia na decomposição do campo elástico em seus componentes de modo simétrico e anti-simétrico, sendo proposto por Bui (1983) e podendo ser encontrado na literatura (Aliabadi, 2002). Com tal técnica, a integral  $J$  é representada pela soma de duas integrais, tal como

$$J = J^I + J^{II} , \quad (4.6)$$

onde os sobrescritos indicam os modos de deformação.

Para que tal representação seja possível, basta que os campos de deslocamento e tensão sejam decompostos em seus componentes simétricos e anti-simétricos. Considere dois pontos, representados por  $P(x_1, x_2)$  e  $P'(x_1, -x_2)$ , que são simétricos em relação ao eixo da

trinca. Nestes pontos, o campo de deslocamento pode ser expresso como uma combinação dos componentes simétricos e anti-simétricos representados na Figura 4.1, da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +u_1^I + u_1^{II} \\ +u_2^I + u_2^{II} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +u_1^I - u_1^{II} \\ -u_2^I + u_2^{II} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Das equações 4.7, pode-se escrever os componentes simétricos e anti-simétricos como:

$$\begin{Bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_1 + u'_1 \\ u_2 - u'_2 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} u_1^{II} \\ u_2^{II} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_1 - u'_1 \\ u_2 + u'_2 \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

Nos mesmos pontos  $P(x_1, x_2)$  e  $P'(x_1, -x_2)$  é possível expressar o campo de tensões como uma combinação dos componentes simétricos e anti-simétricos, representados na Figura 4.2, como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +\sigma_{11}^I + \sigma_{11}^{II} \\ +\sigma_{22}^I + \sigma_{22}^{II} \\ +\sigma_{12}^I + \sigma_{12}^{II} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +\sigma_{11}^I - \sigma_{11}^{II} \\ +\sigma_{22}^I - \sigma_{22}^{II} \\ -\sigma_{12}^I + \sigma_{12}^{II} \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

Das equações 4.9, os componentes simétricos e anti-simétricos da tensão são apresentados por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^I \\ \sigma_{22}^I \\ \sigma_{12}^I \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} + \sigma'_{11} \\ \sigma_{22} + \sigma'_{22} \\ \sigma_{12} - \sigma'_{12} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \sigma_{11}^{II} \\ \sigma_{22}^{II} \\ \sigma_{12}^{II} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} - \sigma'_{11} \\ \sigma_{22} - \sigma'_{22} \\ \sigma_{12} + \sigma'_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

A decomposição das deformações é obtida à partir da decomposição das tensões, pela aplicação da Lei de Hooke. O resultado obtido é:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^I \\ \varepsilon_{22}^I \\ \varepsilon_{12}^I \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} + \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon_{22} + \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon_{12} - \varepsilon'_{12} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^{II} \\ \varepsilon_{22}^{II} \\ \varepsilon_{12}^{II} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} - \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon_{22} - \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon_{12} + \varepsilon'_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Substituindo as equações 4.8, 4.10 e 4.11 na equação 4.1, obtém-se a equação 4.6 da maneira apresentada por

$$J^m = \int_{\Gamma} (W^m n_1 - t_j^m u_{j1}^m) ds, \quad (4.12)$$

onde  $m = I$  ou  $II$ , se referindo aos modos de deformação pertinentes. Dessa forma, das



equações 4.5 e 4.6, encontram-se as relações entre os fatores de intensidade de tensão e os componentes desacoplados da integral  $J$  como:

$$J^I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (4.13)$$

$$J^{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (4.14)$$

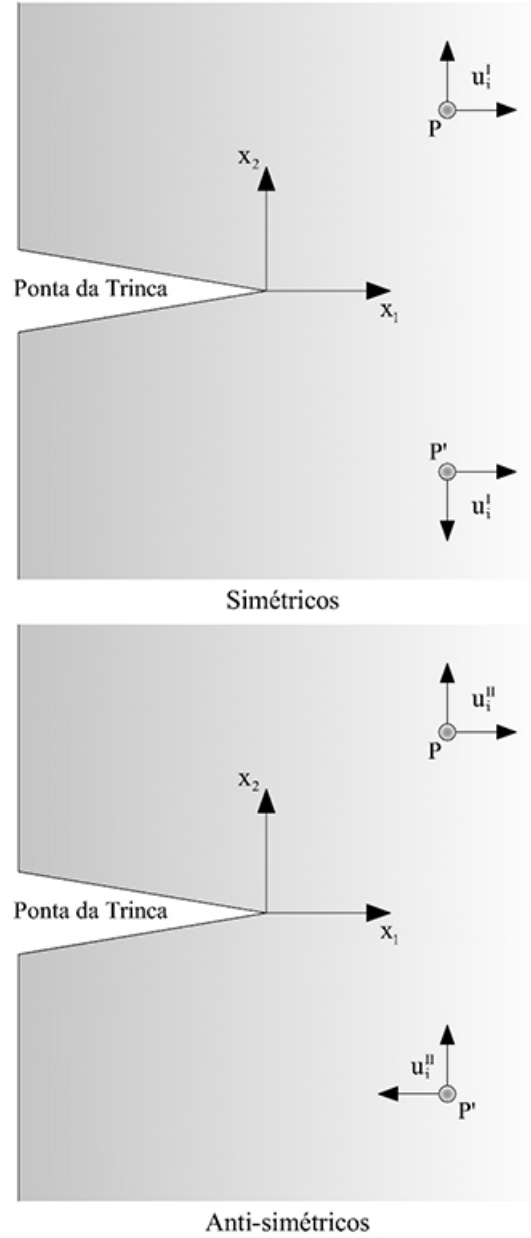


Figura 4.1: Componentes simétricos e anti-simétricos dos deslocamentos em dois pontos localizados simetricamente em relação ao eixo da trinca.

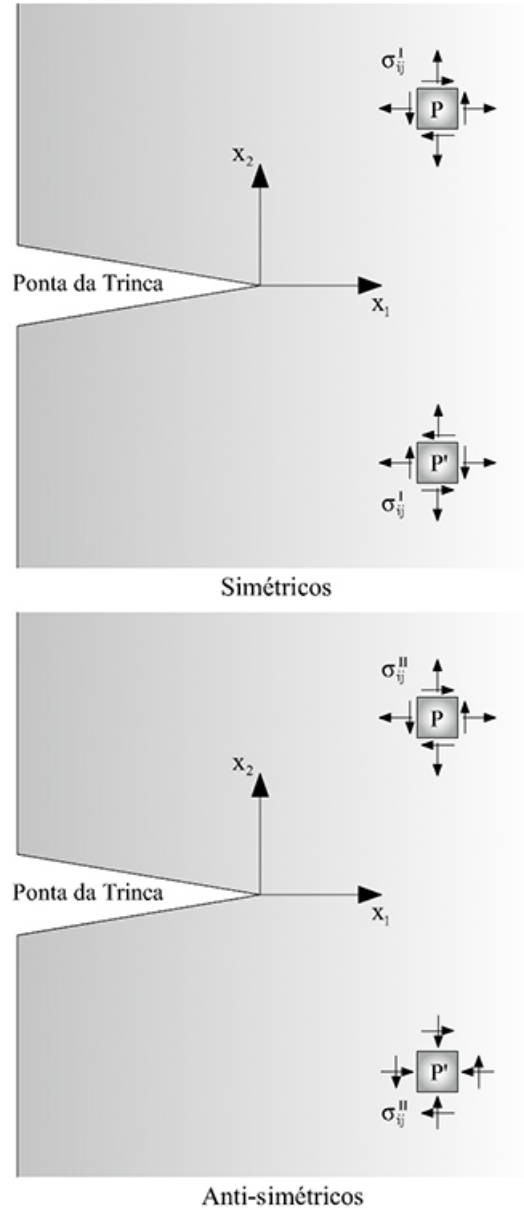


Figura 4.2: Componentes simétricas e anti-simétricas das tensões em dois pontos localizados simetricamente em relação ao eixo da trinca.

A implementação de tal procedimento neste trabalho foi realizada utilizando-se uma circunferência ao redor da ponta de cada trinca presente no problema de fratura. Tal circunferência é formada por pontos internos localizados de maneira simétrica em relação ao eixo da trinca, vide Figura 4.3. Os pontos internos que se encontram sobre as superfícies inferior e superior da trinca, são os pontos inicial e final da integração, respectivamente. Isto ocorre, porque, as componentes de força de superfície presentes na superfície da trinca, apresentam valor zero ( $t_j = 0$ ), o que implica que a integral calculada nos caminhos que passariam sobre a superfície da trinca também é nula. O raio da circunferência que contém os pontos internos

é fixo, pois ele é contado sempre à partir do quinto nó físico mais próximo da ponta da trinca. O número de pontos máximo é 41, mas este número não é fixo, pois o MEC fornece resultados precisos para pontos internos com proximidade menor do que o comprimento do elemento mais próximo do ponto em questão. Dessa forma, este número é apenas um "chute inicial" para o número de pontos a serem utilizados no cálculo, sendo modificado (diminuído) até que esta verificação seja satisfeita. A integração é realizada utilizando-se a Regra  $1/3$  de Simpson Composta, pois esta técnica apresenta melhores resultados do que aqueles apresentados pela técnica Trapezoidal.

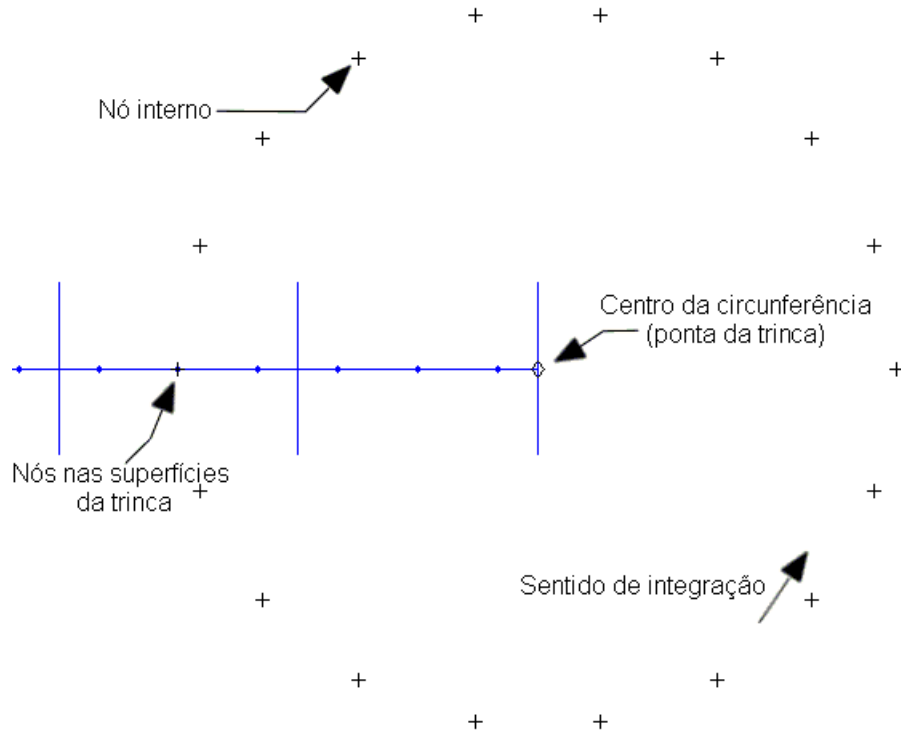


Figura 4.3: Pontos internos para calcular a integral  $J$  em uma circunferência ao redor da ponta da trinca.

### 4.2.2 Método da Correlação de Deslocamentos

A metodologia da correlação de deslocamentos ou extrapolação dos deslocamentos para cálculo dos fatores de intensidade de tensão será apresentada nesta seção, mais especificamente, para uma aplicação utilizando o MEC com elementos quadráticos descontínuos, pois este foi o tipo de elemento adotado no algoritmo deste trabalho. Tais fatores de intensidade de tensão podem ser obtidos através da solução provida pela análise realizada pelo MEC e a utilização de expressões teóricas. Estas expressões empregam valores dos deslocamentos em pontos localizados nas faces da trinca.

O campo de deslocamentos na ponta da trinca pode ser descrito pelas equações apresentadas em 3.16, 3.17, 3.21 e 3.22, sendo as duas primeiras para o modo  $I$  e as duas últimas para o modo  $II$  de fratura. Estas equações são reproduzidas aqui por conveniência:

$$u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (4.15)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (4.16)$$

$$u_1 = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (4.17)$$

$$u_2 = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ -\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \kappa - 1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \right\} \quad (4.18)$$

Manipulando estas equações, obtém-se as expressões (Aliabadi, 2002):

$$u_2(\theta = \pi) - u_2(\theta = -\pi) = \frac{\kappa + 1}{\mu} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (4.19)$$

$$u_1(\theta = \pi) - u_1(\theta = -\pi) = \frac{\kappa + 1}{\mu} K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}$$

Para os elementos quadráticos descontínuos mostrados na Figura 4.4, os fatores de intensidade de tensão avaliados para os nós  $D$ ,  $E$  e  $F$ ,  $G$ , são dados por:

$$K_I^{DE} = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{\pi}{l}} (u_2^D - u_2^E) \quad (4.20)$$

$$K_{II}^{DE} = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{\pi}{l}} (u_1^D - u_1^E)$$

$$K_I^{FG} = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{3\pi}{5l}} (u_2^F - u_2^G) \quad (4.21)$$

$$K_{II}^{FG} = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{3\pi}{5l}} (u_1^F - u_1^G)$$

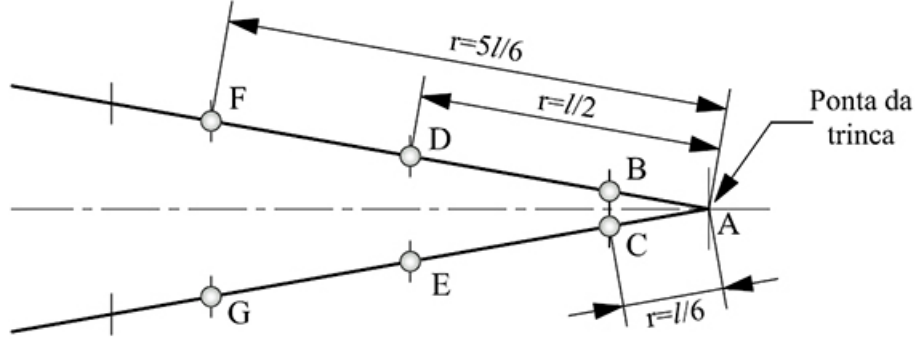


Figura 4.4: Nós na vizinhança da ponta da trinca. (Elementos quadráticos descontínuos)

Por meio de uma extrapolação linear dos nós  $D$ ,  $E$  e  $F$ ,  $G$  para a ponta da trinca, os fatores de intensidade de tensão podem ser avaliados por:

$$\begin{aligned}
 K_I &= \frac{\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{\pi}{l}} \left[ 5 (u_2^D - u_2^E) - \frac{3\sqrt{15}}{5} (u_2^F - u_2^G) \right] \\
 K_{II} &= \frac{\mu}{\kappa + 1} \sqrt{\frac{\pi}{l}} \left[ 5 (u_1^D - u_1^E) - \frac{3\sqrt{15}}{5} (u_1^F - u_1^G) \right]
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

É importante observar que as expressões apresentadas em 4.22 para o cálculo de  $K_I$  e  $K_{II}$ , somente serão válidas para o elemento quadrático descontínuo com as características apresentadas na Figura 4.4. Para outros elementos (contínuos ou *quarter-point*), existem outras expressões, já que a extrapolação linear apresenta diferentes coeficientes, podendo ser encontrados em Aliabadi (2002).

### 4.3 Cálculo da Direção de Propagação da Trinca

Frequentemente, os carregamentos aplicados nas estruturas não são alinhados na direção normal ao plano da trinca, de modo que sua propagação não ocorre na direção do seu próprio plano. Ou seja, neste caso, o campo de tensões não é dominado apenas pelo fator de intensidade de tensões  $K_I$ , e sim, por uma combinação entre os fatores  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ . Existem na literatura vários critérios para determinar a direção de propagação da trinca em uma simulação numérica. Dentre todos, há dois que se destacam: o critério da Máxima Tensão Circunferencial e o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação. Os principais aspectos de cada critério serão descritos de maneira mais detalhada nos itens a seguir.

### 4.3.1 Critério da Máxima Tensão Circunferencial

O critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC) foi proposto por Erdogan & Sih (1963), e é baseado na hipótese de que a propagação ocorre em uma direção perpendicular a máxima tensão principal na ponta da trinca. Considerando um carregamento bidimensional em modo misto (modos  $I$  e  $II$ ), as tensões  $\sigma_{\theta\theta}$  e  $\sigma_{r\theta}$  são apresentadas pelas equações 3.28 e 3.29. Estas equações são reproduzidas aqui por conveniência:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right] \quad (4.23)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \{ K_I \sin(\theta) + K_{II} [3\cos(\theta) - 1] \} \quad (4.24)$$

Para que a tensão  $\sigma_{\theta\theta}$  seja máxima, a condição  $\sigma_{r\theta} = 0$  deve ser satisfeita. Aplicando tal condição na equação 4.24, têm-se duas situações:

- Solução trivial:

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0 \Rightarrow \theta = \pm\pi \quad (4.25)$$

- Solução não-trivial:

$$K_I \sin(\theta) + K_{II} [3\cos(\theta) - 1] = 0 \quad (4.26)$$

Analisando a equação 4.26 para os dois modos separadamente, constata-se, primeiramente, para o modo  $I$  puro:

$$K_{II} = 0 \quad (4.27)$$

$$K_I \sin(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 0^\circ \quad (4.28)$$

Para o modo  $II$  puro tem-se:

$$K_I = 0 \quad (4.29)$$

$$K_{II} [3\cos(\theta) - 1] = 0 \Rightarrow \theta = \pm 70.54^\circ \quad (4.30)$$

Para o caso mais geral, ou seja, considerando a situação em modo misto, deve-se analisar

a equação 4.26. Após várias manipulações algébricas, é possível obter uma solução (Broek, 1986):

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \quad (4.31)$$

E resolvendo para  $\theta$ :

$$\theta = 2 \arctg \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \quad (4.32)$$

O sinal do ângulo nas expressões 4.30 e 4.32 é dependente do sinal de  $K_{II}$  (Alegre et al., 2007), de modo que:

$$\theta = 2 \arctg \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} - \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \rightarrow K_{II} > 0 \quad (4.33)$$

$$\theta = 2 \arctg \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} + \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \rightarrow K_{II} < 0 \quad (4.34)$$

Vale lembrar que o ângulo de propagação  $\theta$  é determinado segundo a convenção apresentada na Figura 3.4.

O critério da Máxima Tensão Circunferencial pode gerar resultados duvidosos para a direção de propagação da trinca, quando esta é muito grande ou em casos onde o carregamento é muito elevado. Isto ocorre devido a presença de grande plasticidade na ponta da trinca, o que faz com que o campo de tensão previsto pela Mecânica da Fratura Elástica seja apenas aproximado (Alegre et al., 2007). A consequência direta deste fato é que  $K_I$  e  $K_{II}$  não serão parâmetros adequados para modelar o problema de Fratura e, dessa forma, os valores obtidos pelas equações 4.33 e 4.34 serão incorretos. Portanto, tais equações devem ser usadas para modelar trincas pequenas, onde a plasticidade não seja tão elevada.

### 4.3.2 Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação

O critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação (MDED) foi proposto por *Sih* (1973a,b) e tem se mostrado uma alternativa muito eficaz na determinação da direção de propagação da trinca em problemas envolvendo modo misto de deformação. Esta técnica leva em consideração o campo de energia ao redor da ponta da trinca e, para isto, utiliza um parâmetro denominado Fator Densidade de Energia de Deformação,  $S$ . Diferentemente do fator de intensidade de tensões  $K$  da Mecânica da Fratura clássica, que é apenas uma

medida da amplitude de tensões locais, o Fator Densidade de Energia de Deformação tem sensibilidade direcional. A diferença entre  $K$  e  $S$  é análoga à diferença entre quantidades escalares e vetoriais (Sih, 1973a).

Este critério é baseado na idéia de que o contínuo pode ser visto como sendo um conjunto de pequenos blocos contendo um volume unitário de material, cada um apresentando a capacidade de armazenar uma quantidade finita de energia em um dado instante de tempo. A energia por unidade de volume é referida como sendo a função densidade de energia de deformação  $dW/dV$  e varia de um local para o outro no material.

A expressão geral para esta função é dada por

$$\frac{dW}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + f(\Delta T, \Delta C) , \quad (4.35)$$

onde  $\Delta T$  e  $\Delta C$  representam as mudanças na temperatura e na concentração da mistura, respectivamente. A equação 4.35 mostra que o elemento do material pode conter energia mesmo se as tensões forem zero.

Para um material linear elástico, a função densidade de energia de deformação pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dV} = & \frac{1}{2E} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}) + \\ & + \frac{1}{2\mu} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) , \end{aligned} \quad (4.36)$$

onde  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{23}$  e  $\sigma_{31}$  são as componentes de tensão e  $\mu$  é o Módulo de Elasticidade Transversal, de modo que  $E = 2\mu(1 + \nu)$ .

Para problemas de elasticidade plana, a expressão 4.36 pode ser reescrita como

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{4\mu} \left[ \frac{\kappa + 1}{4} (\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 - 2 (\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2) \right] , \quad (4.37)$$

onde  $\kappa = 3 - 4\nu$  para condição de deformação plana e  $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$  para tensão plana.

A função Densidade de Energia de Deformação  $dW/dV$  é ainda assumida como sendo

$$\frac{dW}{dV} = \frac{S}{r} , \quad (4.38)$$

onde  $S$  é o fator Densidade de Energia de Deformação e  $r$  é o raio medido a partir do local do possível início da falha. O fator  $S$ , quando escrito na forma  $S = r(dW/dV)$ , pode ser interpretado como sendo a liberação local de energia para um segmento  $r$  de propagação (Gdoutos, 2005). Para problemas da elasticidade plana linear o valor deste fator é obtido substituindo-se as equações 3.24, 3.25 e 3.26 em 4.37 obtendo-se:



$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2, \quad (4.39)$$

onde os coeficientes  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) são dados por:

$$a_{11} = \frac{1}{16\mu} [1 + \cos(\theta)] [\kappa - \cos(\theta)] \quad (4.40)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16\mu} \sin(\theta) [2\cos(\theta) - (\kappa - 1)] \quad (4.41)$$

$$a_{22} = \frac{1}{16\mu} \{(\kappa + 1) [1 - \cos(\theta)] + [1 + \cos(\theta)] [3\cos(\theta) - 1]\} \quad (4.42)$$

Além do fator  $S$ , o critério da Densidade de Energia de Deformação apresenta três hipóteses básicas:

- 1<sup>a</sup> Hipótese: A localização da fratura coincide com a localização da mínima Densidade de Energia de Deformação relativa,  $(dW/dV)_{min}$ , e escoamento, com a máxima,  $(dW/dV)_{max}$ . No caso da simulação da propagação da trinca, considera-se que a direção de propagação coincide com a posição onde  $S$  atinge o seu mínimo em uma dada região circunferencial de raio  $r$  constante (incremento de propagação), ou seja, na ponta da trinca.
- 2<sup>a</sup> Hipótese: As falhas por fratura ou escoamento ocorrem quando  $(dW/dV)_{min}$  ou  $(dW/dV)_{max}$  alcançam seus respectivos valores críticos. Tais valores são funções intrínsecas do material da estrutura analisada.
- 3<sup>a</sup> Hipótese: Os incrementos da propagação da trinca  $r_1, r_2, \dots, r_{crit}$ , durante a propagação estável, satisfazem a equação:

$$\left( \frac{dW}{dV} \right)_{crit} = \frac{S_1}{r_1} = \frac{S_2}{r_2} = \dots = \frac{S_{crit}}{r_{crit}} \quad (4.43)$$

Há fratura instável ou escoamento quando o tamanho crítico  $r_{crit}$  é alcançado (Sih, 1991). Neste caso,  $S_{crit}$  corresponde a Tenacidade à Fratura do material (propriedade que depende das condições de carregamento, condições de teste, etc).

Para a propagação de uma trinca em um campo de tensões bidimensionais, a primeira hipótese do presente critério pode ser expressa matematicamente pelas relações (considerando coordenadas polares):

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (4.45)$$

Substituindo 4.39 nas relações da primeira hipótese, apresentadas em 4.44 e 4.45, tem-se:

$$\begin{aligned} [2\cos\theta - (\kappa - 1)] \operatorname{sen}\theta K_I^2 + 2K_I K_{II} [2\cos(2\theta) - (\kappa - 1)\cos\theta] + \\ K_{II}^2 [(\kappa - 1) - 6\cos\theta] \operatorname{sen}\theta = 0 \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} K_I^2 [2\cos(2\theta) - (\kappa - 1)\cos\theta] + 2K_I K_{II} [(\kappa - 1)\operatorname{sen}\theta - 4\operatorname{sen}(2\theta)] + \\ K_{II}^2 [(\kappa - 1)\cos\theta - 6\cos(2\theta)] > 0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Dessa forma, a direção de propagação obtida pelo Método da Densidade de Energia de Deformação é dada pelo ângulo  $\theta_0$  à partir da resolução da equação 4.46, obedecendo a condição dada em 4.47. As equações 4.46 e 4.47 representam as fórmulas gerais para o critério da Densidade de Energia de Deformação para uma trinca em um campo de tensões bidimensional sob condições de carregamento em modo misto.

O método da Bissecção, que serve para encontrar raízes de equações não-lineares, foi utilizado para determinar a raiz da equação 4.46 do critério da MDDE. Este método é capaz de encontrar raízes dentro de intervalos determinados (onde a função é definida, obviamente). A limitação deste método é que deve-se conhecer previamente, o intervalo onde se localiza uma única raiz da equação, pois se houver mais do que uma raiz no intervalo determinado, o método falha. Determinado o ângulo de propagação, utiliza-se a condição 4.47 para verificar se tal ângulo é realmente o procurado.

Através da expressão fornecida pela terceira hipótese deste critério, é possível obter uma estimativa para o próximo incremento de propagação através da relação entre os fatores  $S$  do incremento atual e anterior, de modo que

$$\Delta a_{i+1} = \frac{S_{i+1}}{S_i} \Delta a_i, \quad (4.48)$$

onde  $\Delta a$  é o incremento e  $i+1$  denota o próximo incremento. Dessa forma, o algoritmo segue sucessivamente até que um número de iterações seja alcançado, onde o valor de  $S$  se torna crítico (de maneira similar a comparação entre  $K_I$  e  $K_{IC}$ ).

## 4.4 Estimativa de Vida em Fadiga - Lei de Paris

A estimativa de vida em fadiga calculada através da integração da Lei de Paris, parte da equação 3.32, reproduzida aqui por conveniência:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (4.49)$$

Como o objetivo é obter o número de ciclos que vão ser realizados para que a trinca seja propagada de um certo incremento, deve-se obter  $N$ , em função de  $a$ . Desta forma, tem-se:

$$dN = \frac{1}{C \Delta K^m} da \quad (4.50)$$

Integrando-se a equação 4.50, tem-se:

$$\Delta N = \int_{a_0}^a \frac{1}{C \Delta K^m} da \quad (4.51)$$

Na equação 4.51,  $a_0$  se refere ao comprimento inicial da trinca (ponto de partida para a integração) e  $a$  se refere ao ponto final da integração ou final da propagação.

Aplicando-se a regra do Trapézio para a integração da equação 4.51, tem-se:

$$\Delta N = \frac{(a - a_0)}{2} \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{[\Delta K(a_0)]^m} + \frac{1}{[\Delta K(a)]^m} \right\} \quad (4.52)$$

Vale observar que na equação 4.52,  $(a - a_0)$  representa o incremento avançado pela trinca durante a propagação.  $\Delta K(a_0)$  e  $\Delta K(a)$  representam as amplitudes dos fatores de intensidade de tensão calculados para a trinca em  $a_0$  e para a trinca propagada em  $a$ , respectivamente. Na literatura, há um critério para determinar tais amplitudes dos fatores de intensidade de tensão bastante utilizado pelos códigos de propagação e que tem sido sustentado por boas concordâncias com resultados experimentais. Este critério, proposto por Tanaka (1974), adota um  $\Delta K$  efetivo, designado por  $\Delta K_{ef}$ , e dado por

$$\Delta K_{ef} = \sqrt{\Delta K_I^2 + 2\Delta K_{II}^2}, \quad (4.53)$$

sendo que  $\Delta K_i = K_i \cdot (1 - R)$ , onde  $i = I$  ou  $II$  (modos de deformação).

Desta forma, utilizando a definição dada pela equação 4.53 na equação 4.52, tem-se a expressão para calcular a vida em fadiga do objeto de análise:

$$\Delta N = \frac{(a - a_0)}{2} \frac{1}{C} \left\{ \frac{1}{[\Delta K_{ef}(a_0)]^m} + \frac{1}{[\Delta K_{ef}(a)]^m} \right\} \quad (4.54)$$

## 4.5 Propagação de Trincas Computacional utilizando o Método dos Elementos de Contorno

A propagação incremental da fissura é simulada de maneira simples pelo método Dual dos Elementos de Contorno, já que, pelo fato de necessitar modelar apenas os contornos da geometria sendo analisada, se faz necessária apenas a inserção de novos elementos que representem o incremento de forma adequada. Porém, antes de chegar a este ponto, devem ser realizadas algumas etapas. O item 4.5.1 traz alguns comentários sobre o algoritmo desenvolvido neste trabalho.

### 4.5.1 Comentários sobre o Algoritmo Desenvolvido

No algoritmo de propagação de trincas desenvolvido neste trabalho, a simulação da propagação da trinca é realizada, seguindo algumas etapas: para cada incremento realiza-se uma análise utilizando-se o método Dual dos Elementos de Contorno, obtendo-se as tensões e deformações em pontos do contorno e em pontos internos. Então, realiza-se um procedimento para identificar o número de pontas de trincas presentes na geometria que está sendo analisada. Para cada ponta de trinca identificada, aplica-se a técnica da integral  $J$  com o propósito de se obter os valores dos fatores de intensidade de tensão em modo  $I$  e  $II$ ,  $K_I$  e  $K_{II}$ , respectivamente. Para aplicar a técnica da integral  $J$ , utiliza-se a formulação apresentada em 4.2.1, onde nota-se que devem ser utilizados os valores para tensões em pontos internos pertencentes ao contorno onde é calculada a integral e, dessa forma, utiliza-se os resultados obtidos pelo método de contorno, avaliados no sistema de coordenadas local da ponta da trinca, como mostrado na Figura 3.4. Aplica-se uma técnica para avaliar o ângulo de propagação da trinca, que no caso deste trabalho, pode ser a MTC ou a MDED. No caso da MDED, é possível avaliar o tamanho do incremento do próximo passo, utilizando-se o procedimento descrito em 4.3.2 através da equação 4.48. Então, avalia-se o número de ciclos gastos para que ocorra a propagação através da Lei de Paris, como descrito no item 4.4. Depois de realizar o procedimento descrito para todas as pontas de trincas identificadas, realiza-se a introdução dos novos elementos (*i.e.* a propagação, propriamente dita) de acordo com o tamanho do incremento e ângulo de propagação.

Para realizar a análise de propagação, deve-se fornecer um arquivo com os dados de entrada. Neste arquivo devem constar informações, tais como: uma matriz denominada "PONTO" com os pontos que definem a geometria; uma matriz denominada "LINHA" onde devem constar as linhas que definem a geometria a partir dos pontos fornecidos; uma matriz denominada "DISCRE" onde deve ser informado o número de elementos que devem estar

presentes em cada linha; uma matriz denominada "DESLOC" onde devem constar as linhas que devem sofrer a aplicação da condição de deslocamento; uma matriz denominada "TRAC" onde devem constar as linhas que devem sofrer a aplicação da condição de forças de superfície; as propriedades elásticas do material, como módulo de elasticidade  $E$  e razão de Poisson  $\nu$ ; tipo do problema a ser considerado, se estado plano de tensão ou deformação; razão de carga  $R$  da solicitação; constantes da lei de Paris,  $C$  e  $m$ ; comprimento do incremento inicial; número de incrementos a serem simulados e deve ser informado se o algoritmo deve criar um vídeo em formato *.avi* mostrando a propagação da trinca (para tal, deve ser informado o nome do arquivo).

Os resultados obtidos com a utilização deste algoritmo são os ângulos de cada propagação, fatores de intensidade de tensão, números de ciclos e incrementos (pois quando utiliza-se o critério da MDED, o tamanho do incremento *pode* ser variável, de acordo com a correção proposta em 4.48). Também são exibidos alguns gráficos mostrando a geometria do corpo de prova com a trinca sendo propagada ao longo das iterações.

O pós-processamento dos resultados é realizado de modo a obter mais alguns gráficos. Dentre eles, está o gráfico da vida em fadiga, que mostra a evolução do comprimento da trinca em relação ao número de ciclos gastos para causar a propagação. Adicionalmente, há um gráfico que mostra a curva da taxa de propagação  $da/dN \times \Delta K$  para as trincas em análise, de acordo com a faixa de variação do fator de intensidade de tensão efetivo, segundo o critério mostrado em 4.53. A Figura 4.5 mostra o fluxograma que mostra cada uma das funções que são utilizadas pelo programa.

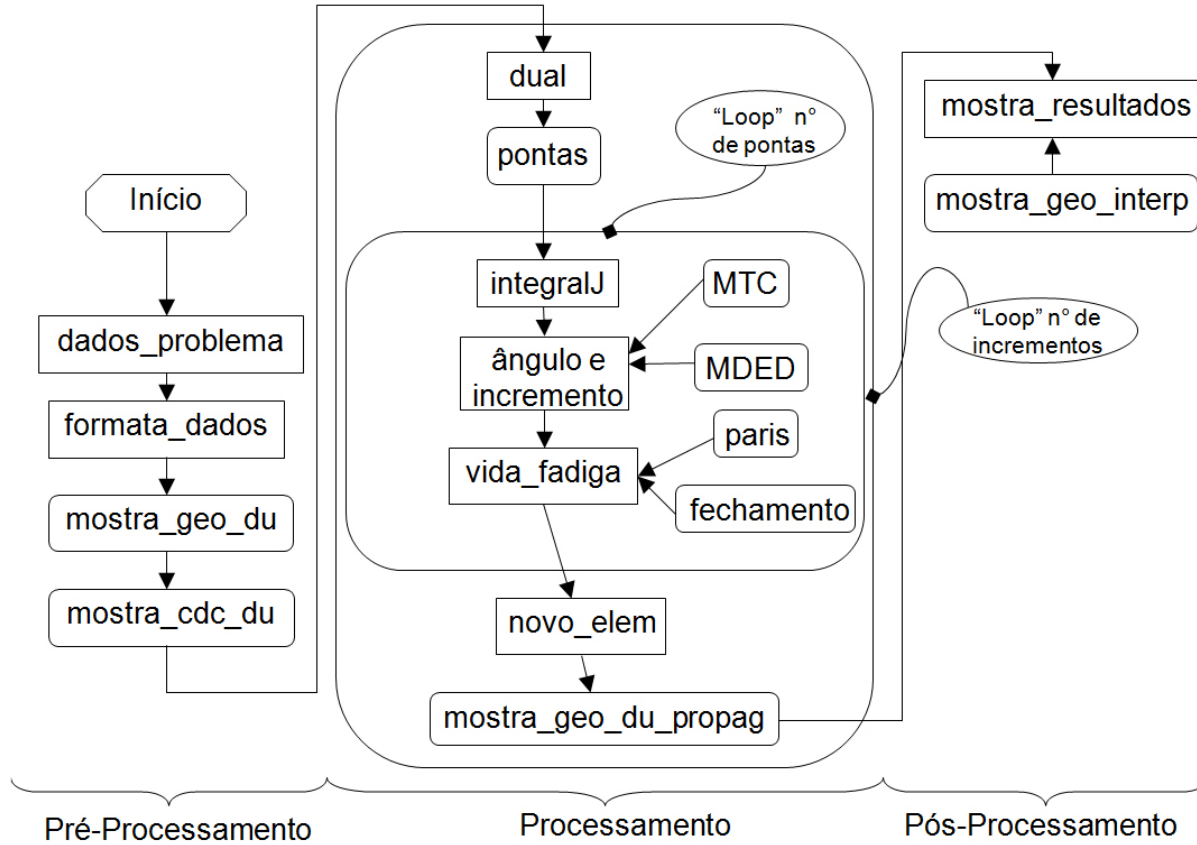


Figura 4.5: Fluxograma do código de propagação implementado neste trabalho.

Estas características do algoritmo implementado neste trabalho serão apresentadas em parte, no decorrer da apresentação dos resultados numéricos.

## 4.6 Resultados Numéricos para as Técnicas da Integral $J$ e da Extrapolação de Deslocamentos

Neste item serão mostrados alguns exemplos da utilização das técnicas da integral  $J$  e da extrapolação de deslocamentos que foram implementadas no presente trabalho, para calcular os fatores de intensidade de tensão de corpos trincados. Os exemplos foram obtidos da literatura, em Murakami (1987). No primeiro exemplo, o método utilizado pelos autores foi o “*Modified Mapping Colocation Method*” (Kitagawa & Yuuki, 1977) e, no segundo, foi utilizado o “*Conformal Mapping*” (Kitagawa & Yuuki, 1975).

#### 4.6.1 Placa Retangular com Trinca Central Inclinada

Este exemplo consiste de uma placa retangular com trinca central inclinada, conforme apresentado na Figura 4.6. A razão entre a altura  $h$  e a largura  $w$  é dada por  $h/w = 2$ , a trinca tem um comprimento de  $2c$  e o ângulo de inclinação é  $\beta = 45^\circ$ . A placa está sob uma solicitação de tração uniforme com valor arbitrário, simetricamente aplicado aos extremos superior e inferior. Neste exemplo, foi utilizado  $\bar{t} = 1$ . Foram considerados cinco casos diferentes, onde a razão entre  $c$  e  $w$  foi variada da seguinte forma:  $a/w = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$  e  $0.6$ .

Para a solução deste problema, utilizou-se uma malha com 48 elementos quadráticos contínuos de três nós para discretização das bordas da geometria e 25 elementos quadráticos descontínuos de três nós para discretizar cada superfície da trinca. A discretização e a aplicação das condições de contorno para este problema, foram realizados com o algoritmo desenvolvido neste trabalho e podem ser conferidos na Figura 4.7. Nesta figura também é apresentada a geometria deformada após a análise ( $c/w = 0.6$ ).

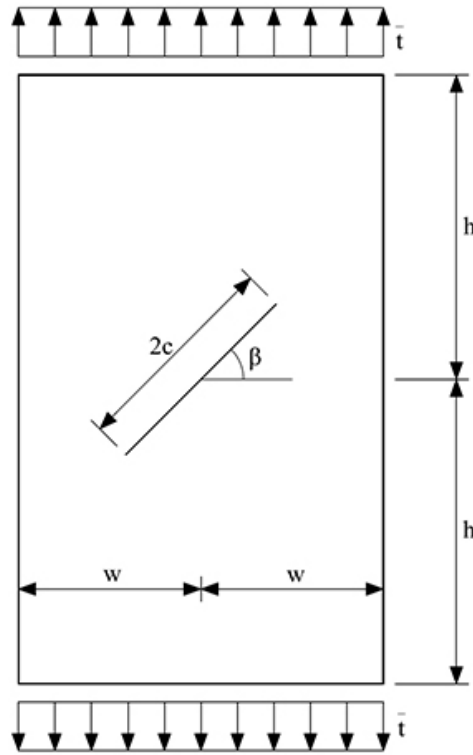


Figura 4.6: Placa retangular com trinca central inclinada.

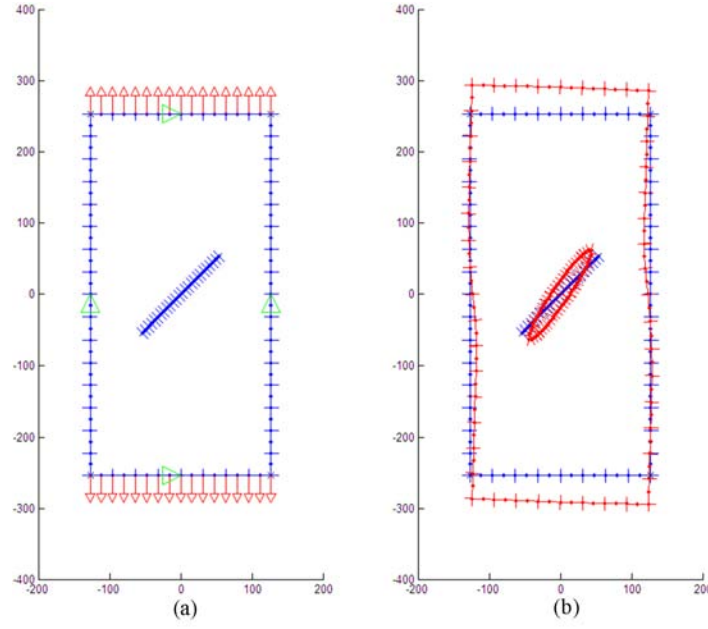


Figura 4.7: Condições de contorno e malha aplicados para o problema da placa retangular com trinca central inclinada: (a) Condições de contorno e discretização. (b) Malha inicial e deformada.

Os resultados para este problema são apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2. A integral  $J$  foi calculada utilizando-se 17 pontos internos.

$\frac{K_I}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$						
$c/w$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro	Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.5188	0.5592	0.518	0.15		7.95
0.3	0.5414	0.5836	0.541	0.07		7.87
0.4	0.5731	0.6178	0.572	0.19		8.01
0.5	0.6135	0.6616	0.612	0.25		8.10
0.6	0.6620	0.7141	0.661	0.15		8.03

Tabela 4.1: Fator de intensidade de tensão em modo  $I$  normalizado para a placa retangular com trinca central inclinada ( $h/w = 2$ ,  $\beta = 45^\circ$ ).



$\frac{K_{II}}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$					
$c/w$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.4982	0.5474	0.507	1.74	7.97
0.3	0.5070	0.5571	0.516	1.74	7.97
0.4	0.5197	0.5708	0.529	1.76	7.90
0.5	0.5365	0.5891	0.546	1.74	7.89
0.6	0.5583	0.6129	0.567	1.53	8.10

Tabela 4.2: Fator de intensidade de tensão em modo  $II$  normalizado para a placa retangular com trinca central inclinada ( $h/w = 2$ ,  $\beta = 45^\circ$ ).

Nota-se que os resultados apresentados pela integral  $J$  apresentam uma boa concordância com aqueles apresentados na literatura. Para  $K_I$  os maiores erros chegam a 0.5%, enquanto que para  $K_{II}$  os valores chegam a 4%. No caso da técnica de extrapolação de deslocamentos os erros para  $K_I$  chegam a 8%, enquanto que para  $K_{II}$  chegam a 12%. Em ambos os casos, observa-se que os resultados para  $K_{II}$  são ligeiramente menos precisos do que para  $K_I$ . Para a integral  $J$ , tal problema pode ser contornado utilizando-se mais pontos internos para o seu cálculo.

#### 4.6.2 Placa Retangular com Trinca Central Torcida

Este exemplo consiste de uma placa retangular com trinca central torcida, conforme apresentado na Figura 4.8. A razão entre a altura  $h$  e a largura  $w$  é dada por  $h/w = 2$ ; o segmento da trinca com comprimento  $a$ , faz um ângulo de  $90^\circ$  em relação a direção do carregamento, enquanto que o segmento representado pela medida  $b$ , faz um ângulo de  $45^\circ$ . A projeção total da trinca na direção perpendicular ao carregamento é dada por:  $2c = a + b/\sqrt{2}$ . A placa está sob uma solicitação de tração uniforme com valor arbitrário, simetricamente aplicado aos extremos superior e inferior. Neste exemplo, foi utilizado  $\bar{t} = 1$ . Foram considerados três casos diferentes, onde a razão entre  $b$  e  $a$  variou da seguinte forma:  $b/a = 0.2$ ,  $0.4$  e  $0.6$  com  $a/w = 0.1$ .

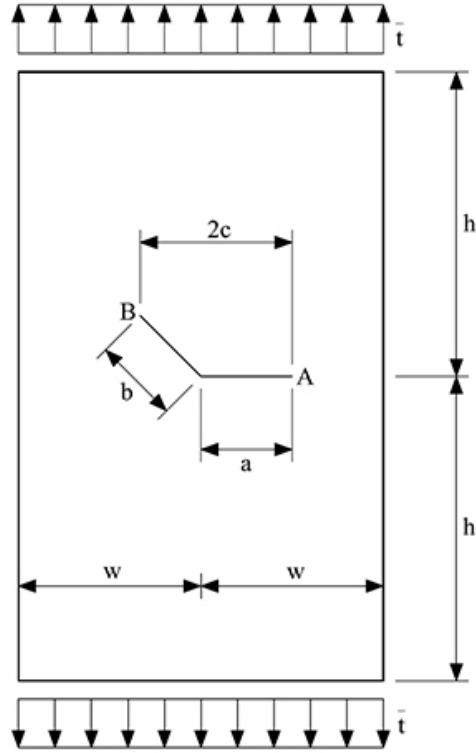


Figura 4.8: Placa retangular com trinca central torcida.

Para a solução deste problema, utilizou-se uma malha com 40 elementos quadráticos contínuos de três nós para discretização das bordas da geometria e 16 elementos quadráticos descontínuos de três nós para discretizar cada superfície da trinca. A discretização e a aplicação das condições de contorno para este problema, foram realizados com o algoritmo desenvolvido neste trabalho e podem ser conferidos na Figura 4.9. Nesta figura também é apresentada a geometria deformada após a análise ( $c/w = 0.6$ ).

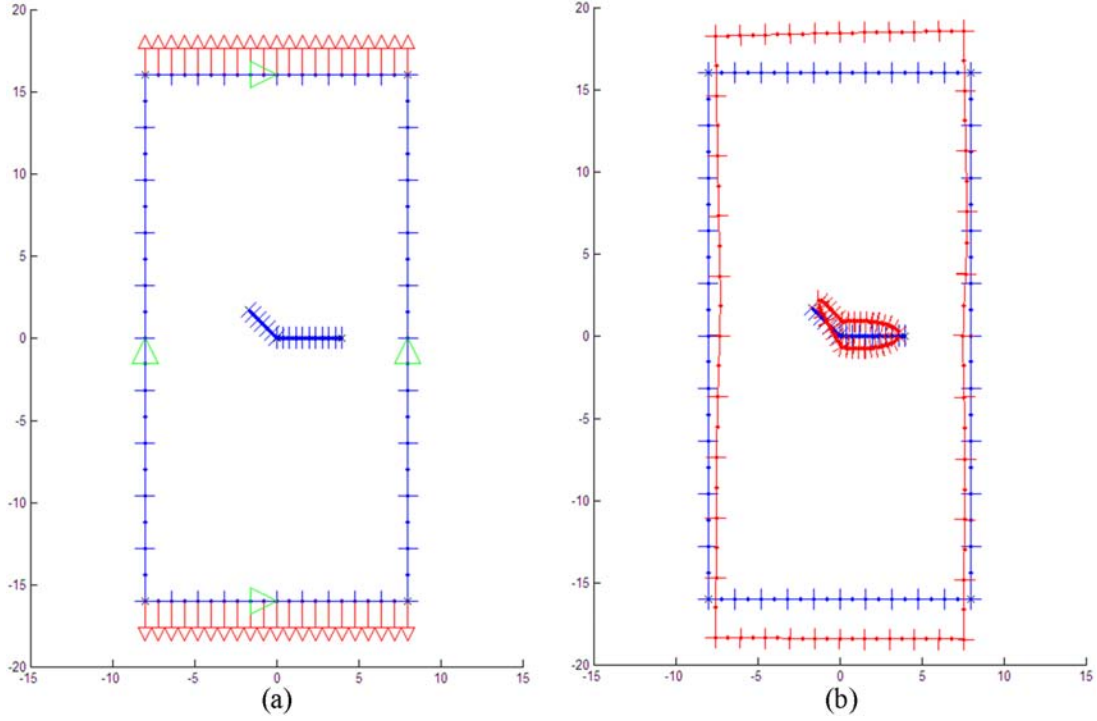


Figura 4.9: Condições de contorno e malha aplicados para o problema da placa retangular com trinca central torcida: (a) Condições de contorno e discretização. (b) Malha inicial e deformada.

Os resultados para este exemplo calculados pela integral  $J$  e pela extrapolação de deslocamentos são apresentados nas Tabelas 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6, que trazem os valores para o fator de intensidade de tensão em modo  $I$  e modo  $II$  para a ponta  $A$  da trinca e, para o modo  $I$  e modo  $II$  para a ponta  $B$  da trinca, respectivamente. A integral  $J$  foi calculada utilizando-se 17 pontos internos para as pontas  $A$  e  $B$  da trinca.

---


$$\frac{K_I}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$$


---

$b/a$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.9991	1.0761	0.995	0.41	8.15
0.4	0.9940	1.0707	0.990	0.40	8.15
0.6	0.9912	1.0678	0.986	0.53	8.30

---

Tabela 4.3: Fator de intensidade de tensão em modo  $I$  para a ponta da trinca  $A$ .

$\frac{K_{II}}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$					
$b/a$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.0286	0.0298	0.028	2.14	6.43
0.4	0.0344	0.0368	0.033	4.24	11.52
0.6	0.0312	0.0337	0.030	4.00	12.33

Tabela 4.4: Fator de intensidade de tensão em modo  $II$  para a ponta da trinca  $A$ .

$\frac{K_I}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$					
$b/a$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.6007	0.6467	0.598	0.45	8.14
0.4	0.5765	0.6213	0.574	0.44	8.24
0.6	0.5710	0.6152	0.568	0.53	8.31

Tabela 4.5: Fator de intensidade de tensão em modo  $I$  para a ponta da trinca  $B$ .

$\frac{K_{II}}{(\bar{t}\sqrt{\pi c})}$					
$b/a$	Integral $J$	Ext. Desl.	Murakami (1987)	% erro Integral $J$	% erro Ext. Desl.
0.2	0.5528	0.6091	0.557	0.75	9.35
0.4	0.5977	0.6579	0.607	1.53	8.39
0.6	0.6187	0.6806	0.627	1.32	8.55

Tabela 4.6: Fator de intensidade de tensão em modo  $II$  para a ponta da trinca  $B$ .

É possível notar que mais uma vez, os resultados apresentados pela integral  $J$  apresentam uma boa concordância com aqueles apresentados na literatura. Para  $K_I$  os maiores erros chegam a 0.5% para as duas pontas da trinca, enquanto que para  $K_{II}$  os valores chegam a 4% no caso da ponta  $A$ , o que mostra que o campo elástico para este caso é mais difícil de modelar, necessitando de uma maior discretização dos pontos internos da integral  $J$  para melhorar os resultados. No caso da técnica de extrapolação dos deslocamentos os erros para  $K_I$  chegam a 8% para as duas pontas da trinca, enquanto que para  $K_{II}$  chegam a 12% para

a ponta  $A$ . Em ambos os casos, observa-se que os resultados para  $K_{II}$  são menos precisos do que para  $K_I$ , principalmente no que diz respeito a ponta  $A$  da trinca. Dessa forma, é possível que a discretização dos elementos de contorno esteja pobre para conseguir modelar o problema nesta ponta da trinca, necessitando de um maior número de elementos. Com esta discretização mais refinada, pode ser que a melhora nos resultados para a integral  $J$  seja atingida, sem a necessidade de aumentar o número de pontos internos para o seu cálculo.

# Capítulo 5

## Correlação de Imagens Digitais

### 5.1 Introdução

No passado, pesquisadores já anunciavam que os computadores teriam papel fundamental no desenvolvimento científico e tecnológico mundial. Isto tem se tornado mais evidente a cada dia no meio científico e, até mesmo, para as pessoas em seu cotidiano. Mais especificamente, no que diz respeito às técnicas de medições de deslocamentos e deformações, as mais antigas, não foram desenvolvidas para serem utilizadas com o auxílio dos computadores. Pensando neste problema, pesquisadores da Universidade da Carolina do Sul desenvolveram uma técnica não-destrutiva e muito robusta, capaz de extrair informações do campo de deslocamentos e deformações através de imagens digitalizadas das áreas a serem analisadas - eis que surge a técnica de Correlação de Imagens Digitais (CID) aplicada para a determinação de campos de deslocamentos e deformações (Sutton et al., 1983). O fato de ser capaz de obter campos de deslocamento e deformações já é uma grande vantagem sobre os populares *gauges*, que são capazes de medir deformações pontuais apenas.

Após a sua apresentação ao meio científico, a técnica de Correlação de Imagens Digitais foi constantemente melhorada. Dentre as melhoras que podem ser citadas, estão a mudança no coeficiente de correlação utilizado (Peters et al., 1983; Sutton et al., 1986; Vendroux & Knauss, 1998; Hwang et al., 2008), tipo de interpolação empregado para obter informações de sub-pixel (Bruck et al., 1989) e mudanças no pós-processamento dos resultados, sobretudo no que diz respeito aos métodos utilizados para realizar a suavização (buscando a eliminação de ruídos provenientes da própria abordagem numérica) do campo de deslocamentos obtidos diretamente pela técnica (Sun et al., 1997; Cheng et al., 2002; Pan et al., 2007).

A CID tem sido aplicada com sucesso em várias áreas desde que foi criada. Para enumerar algumas, pode-se citar a aplicação da técnica onde se necessita monitorar áreas relativamente grandes (nesses casos, a utilização de *strain-gauges*, extensometria, *clip-gauges*, etc, não é

suficiente) como no caso de localização de deformações (Tarigopula et al., 2008), início e propagação de trincas (Dawicke & Sutton, 1994); além disso, o fato de ser uma técnica sem contato, faz com que a CID seja capaz de oferecer soluções para problemas envolvendo meios agressivos, quentes, corrosivos (Lyons et al., 1996; Sutton & McFadden, 2000) ou mesmo para sólidos muito leves onde os *gauges* não são adaptados (Considine et al., 2005; Sutton & Chao, 1988); para identificar propriedades de um determinado material, bem como validar modelos constitutivos (Shi et al., 2004).

Para demonstrar a versatilidade da técnica, recentemente, Bing et al. (2009) aplicaram esta técnica para a medição do coeficiente de expansão térmica de um filme compósito através de sua deformação devido as mudanças de temperatura. Além deste exemplo, a CID tem sido aplicada em micro e nano-escalas por Berfield et al. (2007) e Kang et al. (2007) com sucesso. Também em estudos recentes, a técnica foi aplicada para a caracterização dos campos de deslocamentos e deformações, bem como o estudo das orientações das fibras de estruturas anisotrópicas de compósitos por Barthelat & Espinosa (2007) e Godara & Raabe (2007), respectivamente.

No contexto dos temas ligados ao presente trabalho, a CID tem sido bem empregada. No que diz respeito a Mecânica da Fratura, a CID tem se tornado uma técnica muito conveniente, pois devido a grande precisão do campo de deslocamentos resultante de sua análise, é possível obter os Fatores de Intensidade de Tensão em modo misto, tal como realizado por Réthoré et al. (2005) e Yoneyama et al. (2007). Já no contexto da Fadiga de Materiais, existem trabalhos empregando esta técnica em regimes de baixo ciclo (Bartali et al., 2008), bem como em alto ciclo (Vanlanduit et al., 2008) para diferentes materiais.

Com o crescente desenvolvimento de novas tecnologias e maior acessibilidade aos computadores e aparelhos eletrônicos como máquinas fotográficas digitais, dispositivos de armazenamento de informações (cartões de memória), baterias, etc, as técnicas capazes de extrair informações de imagens digitalizadas vão apresentar um papel fundamental para a Engenharia e áreas correlatas, pois surgem como ótimas alternativas em relação a custos e qualidade.

## 5.2 Considerações Teóricas

As imagens são digitalizadas através de informações previamente coletadas por sensores. Tais sensores podem estar localizados em vários tipos de aparelhos eletrônicos, dentre eles, as câmeras fotográficas digitais. Neste tipo de aparelho, a aquisição de dados pode ser realizada por sensores do tipo CCD (*charge coupled device* ou dispositivo de carga acoplado), que são circuitos integrados contendo matrizes de capacitores com muitos elementos (atualmente,

milhões de elementos). A resposta de cada sensor é proporcional a integral da energia projetada em sua superfície, uma propriedade utilizada em aplicações que requerem imagens com um nível baixo de ruído. Este tipo de sensor foi proposto em 1970, sendo comercializado entre consumidores domésticos e até mesmo para aplicações mais especiais, tais como microscopia e astronomia (Forsyth & Ponce, 2003).

Devido a forma como as informações são captadas pelas câmeras e seus sensores, um simples modelo de formação de imagem pode ser criado, denotando-se uma imagem como sendo uma função bidimensional do tipo  $f(x, y)$ . O valor da intensidade de  $f$  em uma determinada posição  $(x, y)$  é um valor escalar positivo, cujo significado físico é determinado pela fonte da imagem (Gonzalez & Woods, 2002). Para o caso de uma imagem monocromática, estes valores se encontram na chamada "escala de cinza" que varia do preto ao branco, passando pelas cores de tonalidade cinza. Como  $f$  provém de um processo físico e é proporcional a energia irradiada por uma fonte física, seu valor deve ser diferente de zero e finito.

$$0 < f(x, y) < \infty \quad (5.1)$$

A função  $f$  é caracterizada por dois componentes: (1) componente de *iluminação*,  $i(x, y)$ , associada a quantidade de luz incidente sobre o ponto  $(x, y)$ ; e a componente de reflectância,  $r(x, y)$ , associada a quantidade de luz refletida pelo ponto  $(x, y)$ . Dessa forma,  $f$  é dada pela combinação dessas duas componentes:

$$f(x, y) = i(x, y) \cdot r(x, y) \quad (5.2)$$

Onde:

$$0 < i(x, y) < \infty \quad (5.3)$$

$$0 < r(x, y) < 1 \quad (5.4)$$

Vale observar que na equação 5.4, o valor 0 representa absorção total e, o valor 1, reflexão total. A natureza de  $i(x, y)$  está ligada a fonte de iluminação enquanto que  $r(x, y)$  é determinado pelas características dos objetos sendo focados (Gonzalez & Woods, 2002).

À partir dos dados captados pelos sensores, o objetivo se torna o de digitalizar tais dados, já que a resposta dos sensores é uma onda em forma de voltagem contínua, cuja amplitude e comportamento no espaço estão relacionados com o fenômeno físico sendo captado. Para a criação da imagem digital, é necessário que as informações contínuas sejam transformadas em informações discretas, para que possam ser interpretadas por um computador. Os computa-



dores não são capazes de manipular imagens contínuas, mas sim, matrizes contendo números, necessitando que as imagens sejam representadas como matrizes de pontos (Jähne, 2002). É neste momento que dois novos conceitos surgem: *Amostragem* e *Quantização*.

## Amostragem e Quantização

Em linguagem matemática, os processos de Amostragem e Quantização podem ser interpretados como sendo a discretização do domínio e contradomínio da função  $f$ , respectivamente. Resumindo, a discretização do sinal contínuo deve passar por uma amostragem e, posteriormente, por uma quantização. No caso das imagens contínuas, estas são "decompostas" em pontos, que por sua vez, formam uma matriz. Nesta matriz, cada elemento apresenta o valor que mais se aproxima do nível de cinza do ponto na imagem original. Tais elementos em que a imagem é discretizada recebe o nome de *elemento de imagem* ou *pixel* (a abreviação *pixel* é proveniente do termo de inglês *picture element*) A Figura 5.1 mostra um exemplo para melhor ilustrar os conceitos.

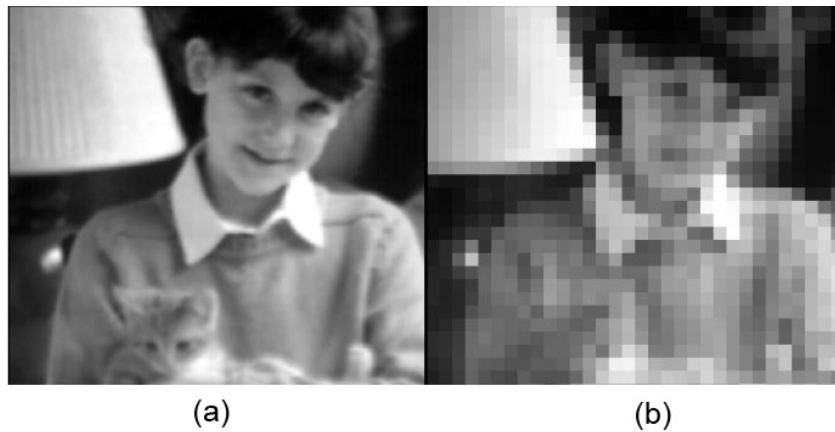


Figura 5.1: (a) Imagem contínua. (b) Imagem resultante dos processos de Amostragem e Quantização. A imagem original (Russ, 2002) foi adaptada para este trabalho.

## Representação de Imagens

A representação da imagem digitalizada ocorre através de uma matriz, como dito anteriormente. Dessa forma, assumindo que a imagem  $f(x, y)$  foi digitalizada resultando em  $M$  linhas e  $N$  colunas. Os valores das coordenadas  $(x, y)$  agora se tornaram quantidades discretas. A Figura 5.2 mostra a convenção de coordenadas adotada em processamento de imagens pela literatura e softwares de manipulação de imagens em geral.

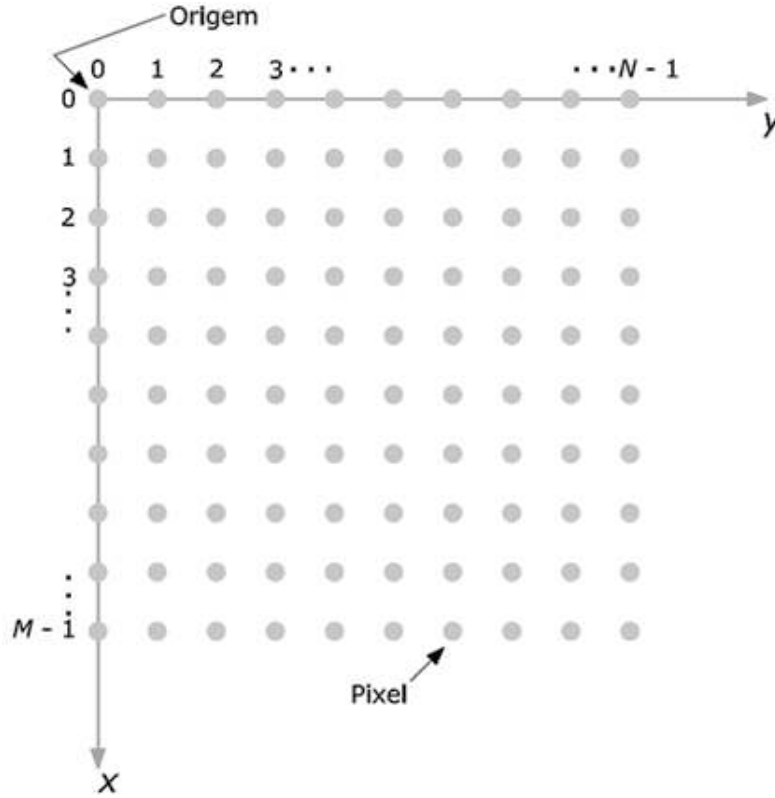


Figura 5.2: Convenção para o sistema de coordenadas em processamento de imagens. Imagem presente em Gonzalez & Woods (2002) e adaptada para este trabalho.

Com a notação adotada, é possível escrever a imagem digital  $M \times N$  na forma de uma matriz compacta:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \cdots & f(0, N-1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \ddots & f(1, N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M-1, 0) & f(M-1, 1) & \cdots & f(M-1, N-1) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Esta notação na forma de matrizes é extremamente útil, pois torna possível a aplicação de operações matriciais diretamente na imagem, mais especificamente, em seus pixels.

### 5.3 A Técnica de Correlação de Imagens Digitais

Suponha que haja duas imagens denotadas por  $f$  e  $g$  de uma superfície não-deformada e deformada, respectivamente. De acordo com a notação apresentada anteriormente,  $f(x, y)$  representa a intensidade do ponto  $P(x, y)$  na imagem não-deformada, enquanto que  $g(\tilde{x}, \tilde{y})$  representa a intensidade do ponto  $\tilde{P}(\tilde{x}, \tilde{y})$  na imagem deformada. Para que uma relação

matemática entre as duas imagens possa ser estabelecida, algumas considerações devem ser feitas (Sutton et al., 1983). Assume-se que um determinado grupo de pixels de  $g$  está relacionado com um único grupo de pixels de  $f$  por um mapeamento linear homogêneo, como esquematizado pela Figura 5.3. Além disso, assume-se também que este mapeamento é aplicado para a deformação da superfície do objeto da imagem. Para o caso de uma deformação no plano (2D), a função de mapeamento  $\chi$  pode ser escrita simbolicamente como (Vendroux & Knauss, 1998):

$$\begin{aligned} \chi : \quad \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ G &\rightarrow \tilde{G} = \chi(G) / g(\tilde{x}, \tilde{y}) = f(x, y) \end{aligned} \quad (5.6)$$

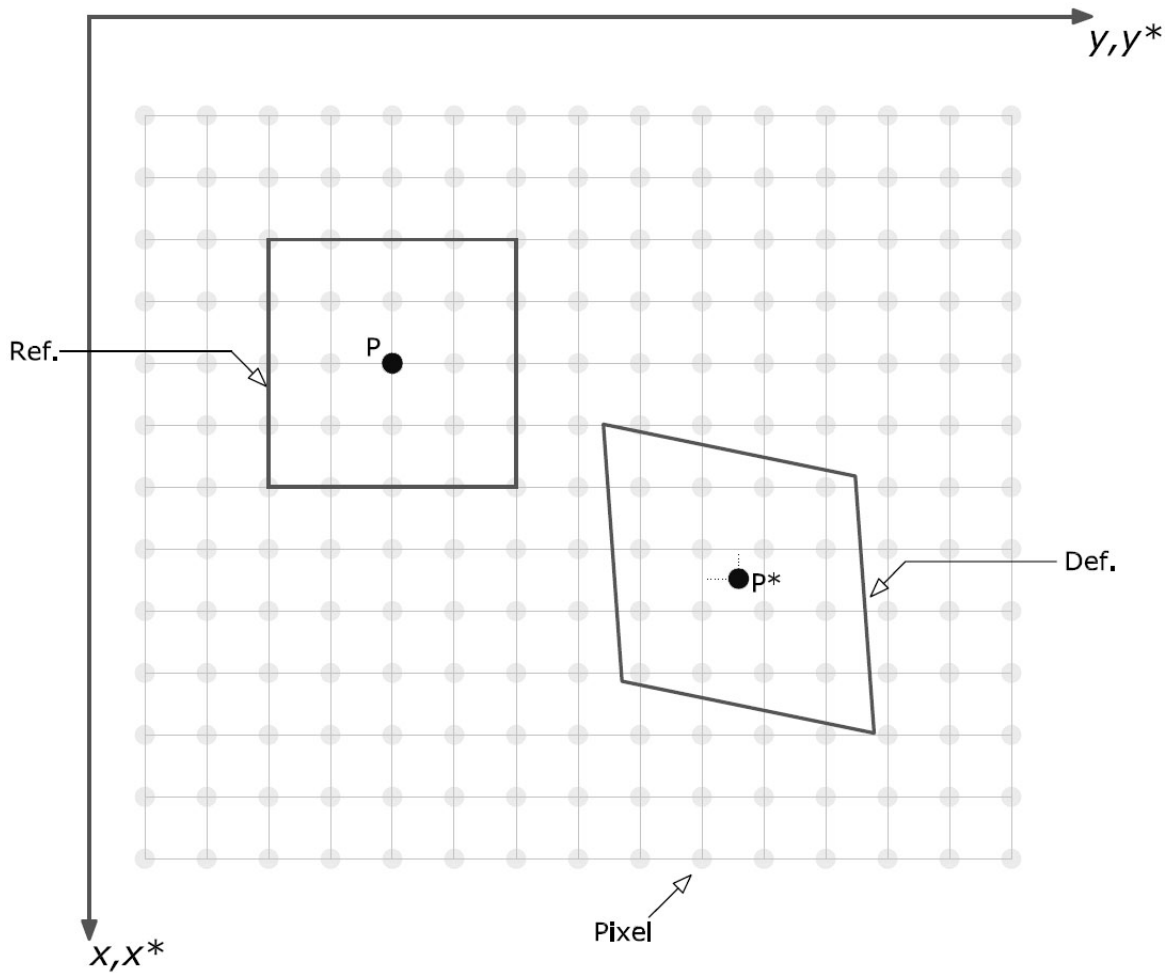


Figura 5.3: Diagrama esquemático mostrando o grupo de pixels na configuração não-deformada (referência, Ref.) e deformada (Def.).

Em termos das coordenadas  $(x, y)$  e  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  de  $P$  e  $\tilde{P}$ , respectivamente, pode ser escrito:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x + u(x, y) \\ \tilde{y} &= y + v(x, y)\end{aligned}\tag{5.7}$$

Onde  $u$  e  $v$  são os deslocamentos do ponto  $P$  no plano bidimensional.

Diante do que foi apresentado em 5.7, o problema de determinação dos deslocamentos de pontos de uma imagem em um estado não-deformado para um estado deformado, pode ser solucionado através da comparação entre as duas imagens. Para realizar tal comparação, sabe-se que o grau de semelhança entre duas imagens ou partes delas, pode ser medido através da utilização de um coeficiente que avalie tal similaridade. O coeficiente de correlação  $C$  ou, coeficiente de correlação cruzada (assim chamado por lidar com imagens diferentes), é o artifício matemático utilizado para este fim (à rigor, este coeficiente avalia o grau de similaridade entre duas variáveis randômicas) e pode ser encontrado em várias formas. A forma mais comum é o coeficiente de correlação normalizado (já discretizado):

$$C = \frac{\sum [f(x, y) \cdot g(\tilde{x}, \tilde{y})]}{[\sum f(x, y)^2 \cdot \sum g(\tilde{x}, \tilde{y})^2]^{1/2}}\tag{5.8}$$

Vale lembrar que  $f(x, y)$  e  $g(\tilde{x}, \tilde{y})$  são os níveis de cinza nas coordenadas  $(x, y)$  e  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  das imagens não-deformada e deformada, respectivamente. É válido observar que  $0 < C < 1$  através desta equação. Também é comum utilizar este coeficiente da seguinte forma:

$$C = 1 - \frac{\sum [f(x, y) \cdot g(\tilde{x}, \tilde{y})]}{[\sum f(x, y)^2 \cdot \sum g(\tilde{x}, \tilde{y})^2]^{1/2}}\tag{5.9}$$

Até agora foram apresentadas as principais idéias e considerações da CID aplicada ao estudo da deformação de um corpo. A idéia da técnica é simples, no entanto, para determinar os deslocamentos e deformações deve-se realizar alguns procedimentos. A seguir, será discutido o método mais comumente encontrado na literatura para se obter tais informações, baseado na minimização do coeficiente de correlação cruzada  $C$  da equação 5.9. Em seguida, será discutida uma técnica mais simples para obtenção destes resultados, à partir de um código implementado em *Matlab*<sup>®</sup> denominado DIC.

## 5.4 Minimização do Coeficiente de Correlação

Considerando  $\tilde{P}_0$  das coordenadas  $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$  como a imagem de  $P_0(x_0, y_0)$  através de  $\chi$ . Considerando  $S$  como sendo um conjunto de pontos próximos a  $P_0$  e  $\tilde{S}$  como um conjunto de pontos próximos a  $\tilde{P}_0$ , a imagem de  $S$  através de  $\chi$ . Assumindo que  $S$  seja suficientemente pequeno, a equação 5.7 pode ser reescrita como (Vendroux & Knauss, 1998):

$\forall \tilde{G}(\tilde{x}, \tilde{y}) \in \tilde{S}, \exists G(x, y) \in S$  tal que:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x + u(x_0, y_0) + \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0) \\ \tilde{y} &= y + v(x_0, y_0) + \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0)\end{aligned}\quad (5.10)$$

A equação 5.10 define um mapeamento linear local  $\chi_l$ , cujos coeficientes de mapeamento são dados por:  $u_0 = u(x_0, y_0)$ ;  $v_0 = v(x_0, y_0)$ ;  $u_{0,x} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)}$ ;  $v_{0,x} = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)}$ ;  $u_{0,y} = \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)}$  e  $v_{0,y} = \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)}$ . É fácil verificar que o coeficiente de correlação da equação 5.9 é zero se estes coeficientes forem os deslocamentos e deformações verdadeiros (que satisfazem o problema). Dessa forma, o problema físico será resolvido com a minimização do coeficiente de correlação em relação aos seis coeficientes apresentados, ou seja, foi estabelecida uma relação entre o problema físico e o problema matemático (otimização).

### 5.4.1 Esquema de Interpolação

Devido a natureza discreta das imagens digitalizadas, não é possível garantir que um determinado ponto na imagem não-deformada estará em um pixel da imagem deformada, ou seja, esta informação pode estar entre pixels na imagem deformada. O próprio ponto  $P^*$  da Figura 5.3 foi colocado propositalmente em uma posição localizada entre pixels do esquema mostrado, para ilustrar melhor esta idéia. A saída para solucionar este tipo de problema utilizando as informações existentes (pixels da imagem deformada), é recorrer ao uso de interpolações para obter precisão de *subpixel*, e determinar informações contidas "implicitamente" na imagem. No início do desenvolvimento da CID, utilizava-se interpolações bilineares para obter a precisão de subpixel (Sutton et al., 1983, 1986); mais tarde, os pesquisadores começaram a recorrer para interpolações bicúbicas (*splines*) (Bruck et al., 1989), pois o padrão de intensidades é obtido de maneira mais contínua do que no caso da aproximação linear. Tal melhoria pode ser observada na Figura 5.4.

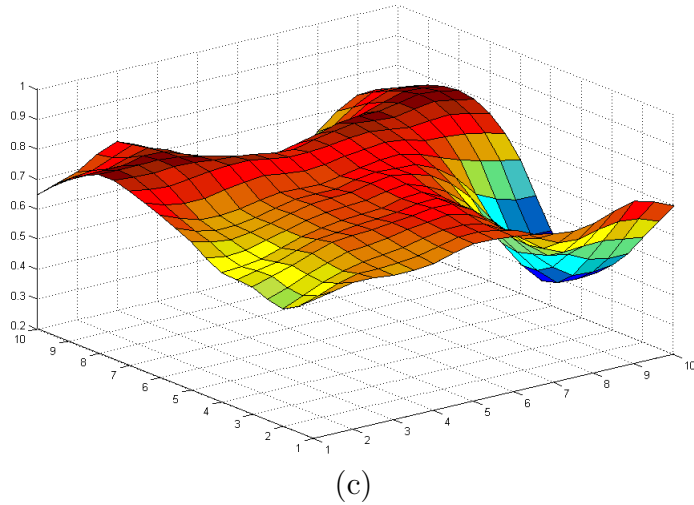
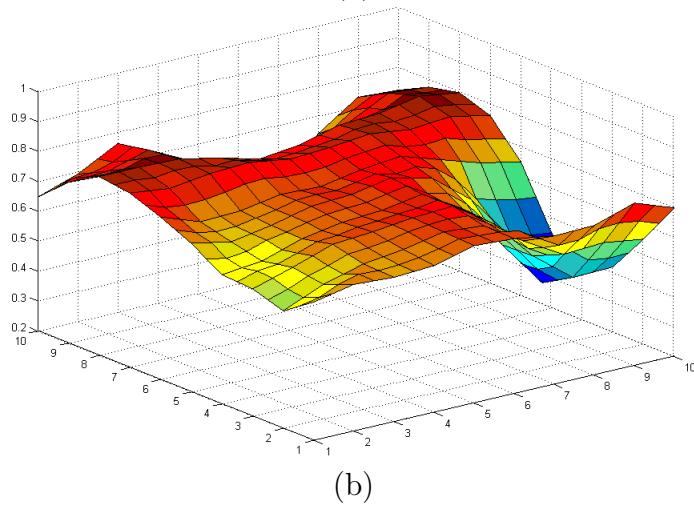
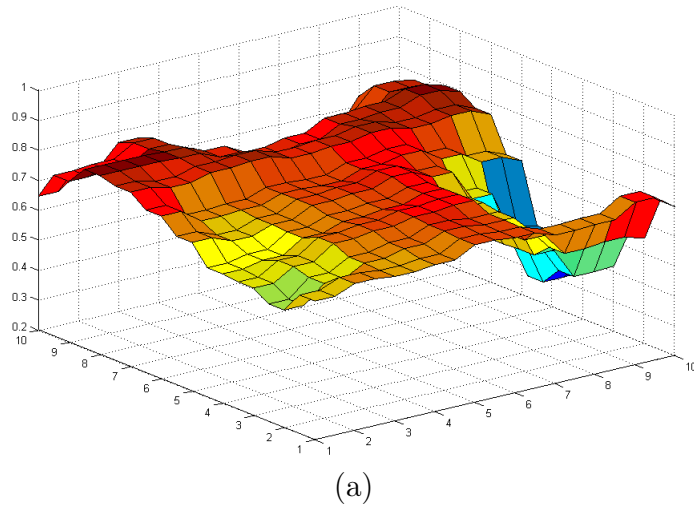


Figura 5.4: Interpolação da intensidade dos pixels em uma imagem. (a) Imagem sem interpolação, (b) interpolação bilinear e (c) interpolação bicúbica.

É possível perceber analisando a Figura 5.4 que a superfície gerada pela interpolação bicúbica é mais suave do que aquela gerada pela interpolação bilinear, pois esta apresenta

certos "cantos" em pontos localizados. É fácil notar que a continuidade proveniente do uso de tais interpolações promove um aumento na gama de informações disponíveis para se trabalhar, mas também, pode gerar erros caso não seja realizada de maneira correta ou mesmo por erros sistemáticos (Schreier et al., 2000).

### 5.4.2 Esquema da Otimização (Minimização)

Considerando que os seis coeficientes definem um espaço de seis dimensões representado por:

$$D = \{P \in \mathbb{R}^6 / P(u, v, u_x, v_y, u_y, v_x)\} \quad (5.11)$$

Então, se  $P$  é um vetor de incógnitas, o mapeamento  $\chi_l$  pode ser considerado como uma função de  $P$  e, através de  $\chi_l$  em 5.9, pode-se escrever  $C = C(P)$ .

Assumindo que  $P_0$  é um vetor em  $D$  e que  $P$  é o vetor solução para o problema de minimização, tem-se:

$$C(P) = C(P_0) + \nabla C(P_0)^T \cdot (P - P_0) + \frac{1}{2} \cdot (P - P_0)^T \cdot \nabla \nabla C(P_0) \cdot (P - P_0) \quad (5.12)$$

Como  $P$  define um mínimo (foi assumido que ele é o vetor solução para o problema), tem-se que  $\nabla C(P) = 0$ . Consequentemente, aplicando o gradiente em 5.12:

$$\nabla \nabla C(P_0) \cdot (P - P_0) = -\nabla C(P_0) \quad (5.13)$$

Onde  $\nabla \nabla C(P_0)$  é a matriz Hessiana e  $-\nabla C(P_0)$  é o vetor Jacobiano. Resolvendo para  $P$  iterativamente, a equação 5.13 irá convergir para a solução do problema de minimização. Este esquema, chamado de método de otimização Newton-Raphson (Bruck et al., 1989), tem custo computacional elevado, pois requer o conhecimento da matriz Hessiana de  $C$  em  $P$  definida como:

$$\nabla \nabla C(P) = \left( \frac{\partial^2 C}{\partial P_i \partial P_j} \right)_{i=1,6; j=1,6} \quad (5.14)$$

Vale observar que a equação 5.13 resolvida para  $P$ , já tem como resultados os deslocamentos e deformações do problema de uma só vez. Maiores detalhes e discussões sobre o procedimento para a resolução deste sistema de equações podem ser encontrados em Bruck et al. (1989); Vendroux & Knauss (1998); Sutton et al. (1986).

## 5.5 O programa DIC

O algoritmo para correlação de imagens digitais utilizado neste trabalho é proveniente do projeto de iniciação científica do aluno Renan Rodrigues de Mello Ozelo (Processo FAPESP 2006/07115-4), que é integrante do Grupo de Modelagem Computacional de Materiais Compósitos e Biomédicos (GMCD) ao qual o autor do presente trabalho também faz parte. O programa DIC foi escrito em Matlab®, apresentando uma interface simples e funcional. A Figura 5.5 mostra a tela inicial do programa e o menu principal, onde se encontram as funções que podem ser utilizadas pelo usuário.

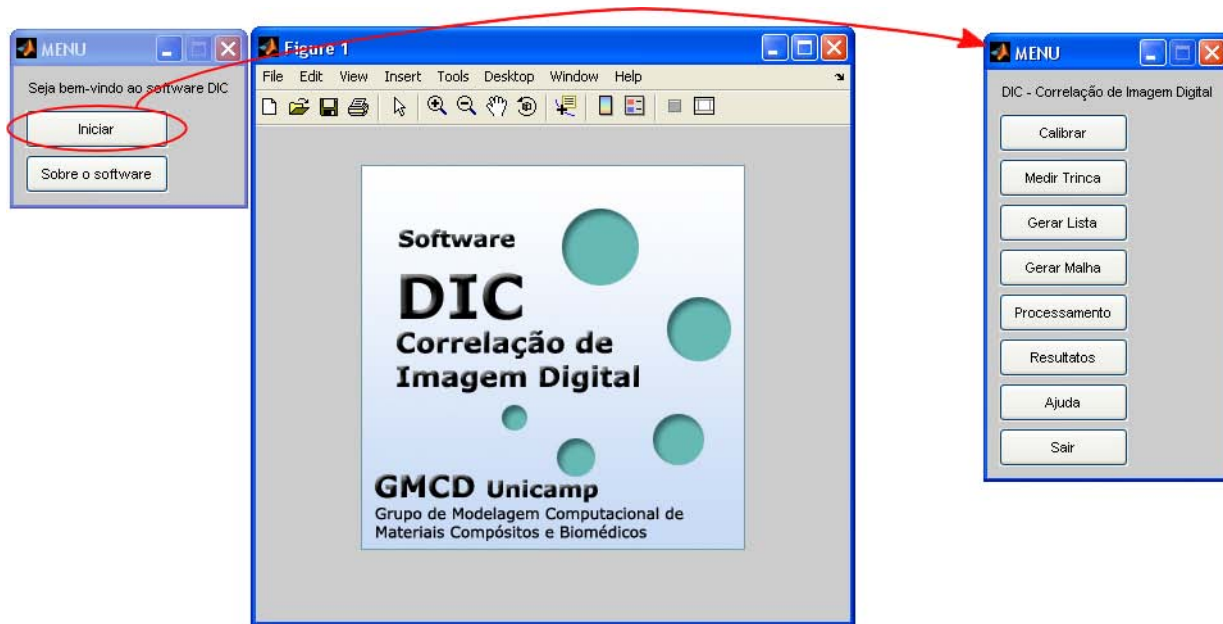


Figura 5.5: Inicialização e menu principal do programa DIC.

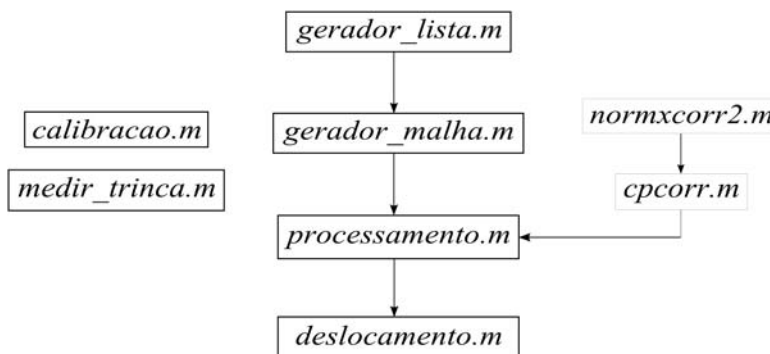


Figura 5.6: Estrutura do programa DIC.

O algoritmo do programa pode ser resumido da forma apresentada na Figura 5.6. As



funções de calibração e medida de trinca são independentes do processo de correlação em si, e tem maior finalidade para fins práticos, como será explicado posteriormente.

A seguir, há uma breve descrição de cada uma das funções do programa:

- *gerador\_lista*: é a função responsável por criar uma lista contendo as imagens que farão parte da análise, ou seja, são listadas as imagens que serão correlacionadas. Esta função deve ser executada todas as vezes que o programa vai ser utilizado.

- *gerador\_malha*: esta função é responsável por criar uma malha de pontos de controle ou nós. Os pontos de controle são ajustados conforme vão sendo deslocados de uma imagem para outra durante a análise. Dessa forma, pode-se obter os deslocamentos de cada um destes pontos de controle e, com isto, obter um campo de deslocamentos através da interpolação dos dados. Esta função é facultativa no caso de já existirem informações referentes à malhas antigas, ou seja, se o usuário criou uma malha anteriormente e gostaria de utilizá-la novamente, basta que ele tenha as informações na mesma pasta que contém as imagens. A Figura 5.7 mostra uma malha criada por esta função.

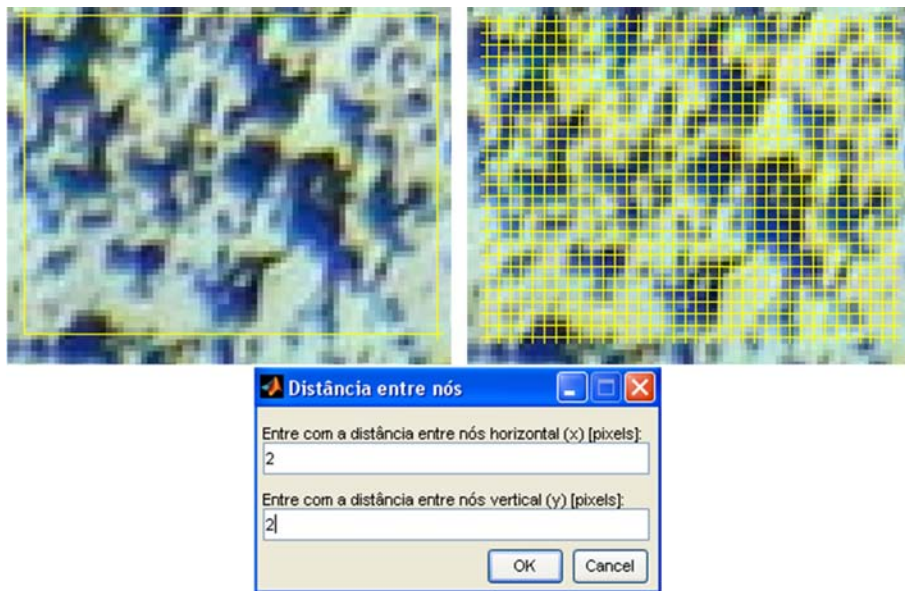


Figura 5.7: Geração de malha pelo programa DIC.

- *processamento*: esta função é a responsável pelo trabalho pesado do algoritmo, pois é nela que é realizada a correlação das imagens. Rigorosamente, a correlação das imagens é realizada pela correlação dos pontos de controle que são gerados pela função de geração de malha. Tal correlação é realizada através da função *cpcorr.m* do Matlab®, que realiza o ajuste da posição dos pontos de controle, utilizando a correlação cruzada normalizada obtida pela função *normxcorr2.m*. Do ajuste dos pontos de controle, obtém-se os deslocamentos sofridos por cada um e o resultado disto é que um campo de deslocamentos pode ser obtido

pela interpolação destes valores.

- *deslocamento*: esta função calcula o campo de deslocamentos resultante da interpolação dos deslocamentos obtidos para cada ponto de controle da malha. Esta função também é responsável por apresentar os mapas de cores dos resultados e pela obtenção dos campos de deformações à partir dos deslocamentos. A Figura 5.8 mostra o menu apresentado por esta função, onde é possível escolher o tipo de resultado que deve ser exibido.



Figura 5.8: Menu da função *deslocamento.m* mostrando os resultados que podem ser exibidos.

Após a escolha de um dos itens do menu apresentado na Figura 5.8, o resultado aparece na tela e o menu continua aberto para que outro resultado possa ser analisado em seguida. O resultado apresentado é semelhante àquele apresentado na Figura 5.11, onde nota-se que abaixo do mapa de cores é exibida a região de análise recortada diretamente da imagem original.

### 5.5.1 Contribuições para o programa DIC

No presente trabalho foram dadas algumas contribuições para o programa DIC que devem ser citadas. Além da melhora em alguns aspectos relacionados a própria programação, tal como substituição de comandos antigos e mudança de algoritmo a fim de melhorar o código, foram acrescentados duas funções ao programa: uma função para executar a calibração do algoritmo e outra para realizar a medida das trincas diretamente pelas fotos. Estas duas funções foram implementadas com o intuito de fazer com que a utilização do programa durante um ensaio real ficasse mais simples e rápida. Antes de existir a função de calibração, esta era realizada através da própria imagem aberta em um programa simples de edição de imagens, como por exemplo o Paint<sup>®</sup>, ou qualquer outro programa, que pudesse fornecer

informações sobre os pixels da imagem. Dispondo de tais informações a calibração era calculada à mão e depois era inserida no programa manualmente. Com a introdução desta função, este problema foi resolvido obtendo-se uma solução integrada com o programa, já que basta ao usuário clicar no botão de calibração e abrir a fotografia adequada para realizar tal tarefa (a fotografia deve apresentar uma escala conhecida); depois, basta escolher o par de pontos na própria figura e informar qual é a medida de calibração. A Figura 5.9 mostra simplificada o processo para realizar a calibração a partir da função introduzida.



Figura 5.9: Processo de calibração.

A função de medida da trinca foi implementada para realizar a estimativa do comprimento da trinca através da própria foto, de maneira integrada ao programa. Desta forma, o usuário pode observar o comportamento dos campos de deslocamentos em uma região estratégica perto do entalhe, a fim de se obter uma idéia de onde está a ponta da trinca e, depois, utilizar a função de medição para estimar o comprimento (utilizando dados da calibração previamente executada) ou vice-versa. O comprimento da trinca é calculado pela distância entre os pontos informados pelo usuário. Esta distância é obtida em pixels e depois é convertida utilizando-se o fator de calibração, sendo este imprescindível para que a medida possa ser obtida. O próprio programa detecta se há dados de calibração existentes na pasta onde se encontra a fotografia de calibração e, em caso de não haver nenhuma calibração, o mesmo solicita ao usuário que ele faça a calibração antes de utilizar esta função. Deve-se reforçar que a qualidade da estimativa obtida por este procedimento depende muito da capacidade da

câmera e iluminação utilizada no teste, já que a sua resolução deve ser muito boa e a fotografia deve ser obtida nas proximidades do corpo de prova. A Figura 5.10 mostra um exemplo de utilização desta função.

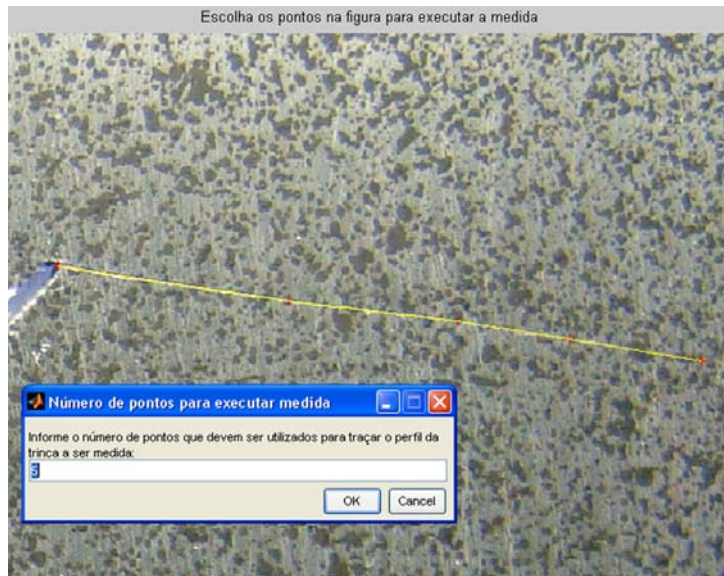


Figura 5.10: Medida de comprimento de trinca.

Outra contribuição importante dada pelo presente trabalho para o programa DIC, foi a inserção de uma máscara para o pós-processamento dos deslocamentos e deformações. Esta máscara é responsável por diminuir o ruído presente nos deslocamentos, tornando os campos de deslocamentos mais suaves, pois há menos discontinuidades. A máscara utilizada é aplicada através das funções *fspecial.m* e *imfilter.m* do toolbox de processamento de imagens do MatLab<sup>®</sup>. A função *fspecial* é responsável por construir a máscara, enquanto que a função *imfilter* se encarrega de aplicá-la na imagem. As máscaras utilizadas pelo programa são a "Average" e a "Gaussian". Apesar de estas máscaras apresentarem vários parâmetros a serem modificados, no aspecto geral, a máscara *average* tem fornecido resultados com maior suavização do que a *gaussian*. Dependendo da aplicação, deve-se tomar certo cuidado na utilização destas máscaras, pois elas podem produzir resultados errôneos. A Figura 5.11 mostra um resultado onde foram aplicadas as duas máscaras para comparação. Pode-se perceber que o efeito suavizador da máscara *average* é maior do que o da *gaussian*.



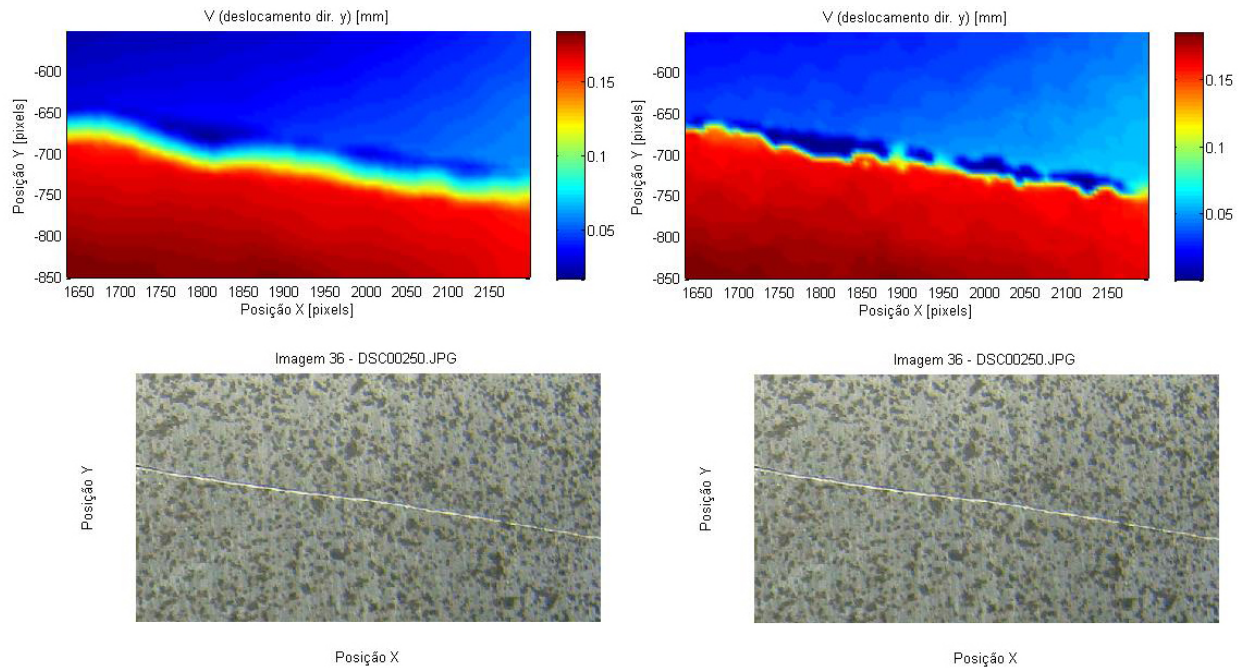


Figura 5.11: Comparação entre máscaras. À esquerda, aplicação da máscara *average* e, à direita, aplicação da máscara *gaussian*.

A Figura 5.12 mostra a mesma análise dos resultados apresentados na Figura 5.11, porém, agora realizada utilizando-se o pós-processamento antigo, no qual era aplicado um filtro de mediana em um conjunto de 4 pontos.

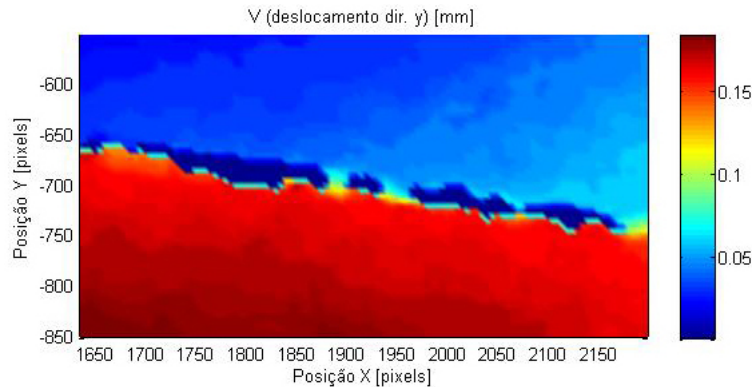


Figura 5.12: Análise idêntica à apresentado na Figura 5.11 com pós-processamento antigo.

Como é possível notar pela observação dos mapas de cores apresentados nas Figuras 5.11 e 5.12, a suavização dos deslocamentos é mais significativa com o filtro *average*. O pós-processamento antigo, que utiliza a *gaussiana*, permite a presença de mais ruído nos resultados do que os dois outros filtros que foram inseridos no programa neste trabalho, o que proporciona resultados mais grosseiros.

Outra contribuição dada ao programa foi a modificação do algoritmo, para que fosse possível salvar os arquivos gerados pelo programa na pasta onde se encontram as imagens, ou seja, os dados referentes à análise de determinado grupo de imagens, agora é salvo na pasta onde estão as imagens. Na primeira versão do programa, as imagens deviam ser salvas na pasta onde se localizavam as funções do programa.

### 5.5.2 Validação do Programa

A validação dos resultados obtidos pelo programa DIC foi realizada através da análise de uma imagem modificada digitalmente, procedimento comum para este tipo de tarefa (Schreier et al., 2000). No caso do presente trabalho, uma imagem apresentando uma textura (obtida através de pintura com *spray*), foi submetida a três modificações diferentes: na primeira imagem modificada, foram aplicadas uma translação horizontal de 0.57 *pixels* e uma translação vertical de 0.63 *pixels*; na segunda, foram aplicadas uma translação horizontal de 0.83 *pixels* e uma translação vertical de 0.95 *pixels*; na terceira, foram aplicadas uma translação horizontal de 1.24 *pixels* e uma translação vertical de 1.39 *pixels*. Os deslocamentos foram obtidos em 48 pontos localizados na imagem de referência, conforme mostrado na Figura 5.13.

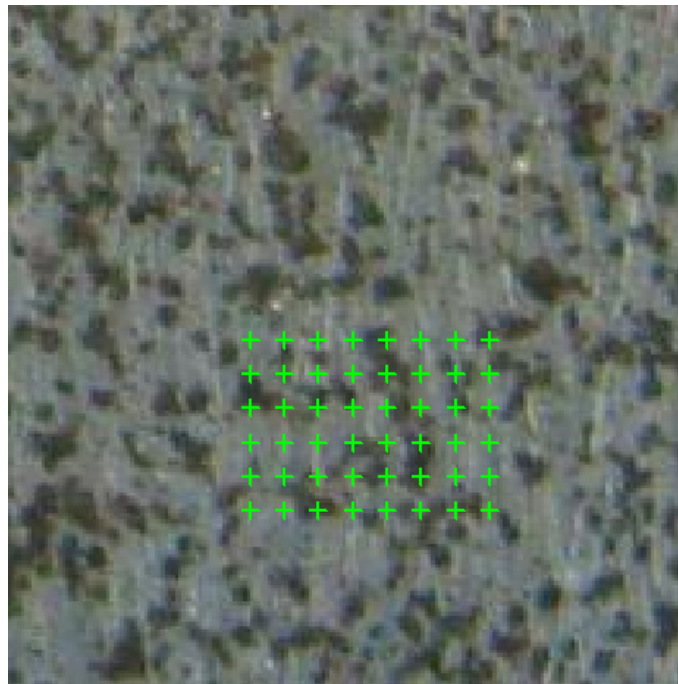


Figura 5.13: Imagem de referência mostrando os pontos para o cálculo dos deslocamentos - validação do algoritmo DIC.

Como as imagens foram apenas transladadas (teoricamente, sem distorção), os valores dos deslocamentos para os pontos da grade deveriam ser os mesmos. Porém, devido a precisão

de subpixel requerida para a construção da imagem transladada, há uma certa modificação da imagem, pois é necessário interpolar alguns valores de pixel. Dessa forma, é obtida uma média dos resultados e realizada uma análise dos desvios padrões e erros relativos aos valores teóricos de deslocamento para os três testes propostos. As Tabelas 5.1 e 5.2 mostram os resultados obtidos por estas análises.

Teste	$u_{teórico}$	$u_{médio}$	Desvio padrão	Erro relativo
1º	0.5700	0.5833	0.0373	0.0234
2º	0.8300	0.8624	0.0486	0.0392
3º	1.2400	1.2000	0.0057	0.0323

Tabela 5.1: Resultados dos deslocamentos na horizontal (u) obtidos para validação do programa DIC.

Teste	$v_{teórico}$	$v_{médio}$	Desvio padrão	Erro relativo
1º	0.6300	0.6208	0.0406	0.0146
2º	0.9500	0.9791	0.0408	0.0307
3º	1.3900	1.3770	0.0421	0.0093

Tabela 5.2: Resultados dos deslocamentos na vertical (v) obtidos para validação do programa DIC.

Analisando-se os resultados apresentados pelas Tabelas 5.1 e 5.2, verifica-se que os valores do desvio padrão são da ordem de  $10^{-2}$ , sendo que o maior deles é 0.0486, o que indica que os valores tiveram uma pequena variação em relação à média. Além disso, os valores dos erros relativos são da ordem de  $10^{-2}$  e o valor mais discrepante foi de 0.0392. É importante observar que os valores dos deslocamentos foram obtidos em *pixels* e, em uma situação prática, esta não é a unidade utilizada. Dessa forma, a conversão dos valores de *pixels* para milímetros ou metros, implica também na conversão da acurácia, isto é: se a acurácia do método de correlação de imagens para os deslocamentos é da ordem de  $10^{-2}$  *pixels* e a calibração do experimento é de  $35 \text{ pixel/mm}$ , então, a acurácia dos deslocamentos é de  $571.43 \text{ nm}$ .

# Capítulo 6

## Metodologia Experimental

Neste trabalho foram realizados alguns testes experimentais, onde duas configurações de corpos de prova foram sujeitos à um teste de fadiga. Para cada uma das configurações, foram testados três corpos de prova. Cada teste foi dividido em duas partes: a primeira, se destinou a criação das pré-trincas por fadiga, já que o entalhe presente em cada um dos corpos de prova, não pode ser considerado uma trinca. A segunda parte de cada teste foi o ensaio de fadiga propriamente dito, onde buscou-se monitorar o comportamento da trinca, no que diz respeito ao seu crescimento ao longo dos ciclos aplicados pelo equipamento de teste, obtendo-se um histórico de propagação. Um maior detalhamento da metodologia utilizada neste trabalho experimental será fornecido nos próximos itens deste capítulo.

### 6.1 Configuração dos corpos de prova

Os corpos de prova foram confeccionados a partir de chapas de liga de Alumínio 2024-T3, que é amplamente empregada em fuselagem de aviões e partes estruturais sujeitas à solicitações severas de um modo geral. Além disso, esta liga apresenta boa resposta a fadiga e alta resistência mecânica. Os corpos de prova foram usinados para apresentarem as dimensões e geometria dos desenhos da Figura 6.1. As furações apresentadas neste modelo são as mesmas presentes nos suportes que foram presos na máquina de teste. As características da liga de Alumínio 2024-T3 são descritas na Tabela 6.1.

Depois que a chapa foi usinada até a geometria apresentada à esquerda na Figura 6.1 (primeiro corpo de prova), ela foi submetida à confecção do entalhe central inclinado à  $45^\circ$  (em relação a horizontal). Este entalhe foi obtido através de eletroerosão à fio, utilizando um fio de diâmetro de  $0.25\text{ mm}$ . Para realizar tal tarefa, deve-se furar o sólido para que o fio da eletroerosão possa atravessar a espessura e, neste caso, o operador da máquina foi instruído a localizar este furo no centro do entalhe e, depois de inserido o fio da eletroerosão, o processo



foi realizado de modo a percorrer a medida de um lado e depois para o outro. A Figura 6.2 mostra com mais detalhes o que foi descrito sobre a configuração dos entalhes neste corpo de prova.

Propriedade	Al 2024-T3
Espessura ( $mm$ )	1,02
E ( $GPa$ )	73,1
$\nu$	0,33

Tabela 6.1: Propriedades do Alumínio 2024-T3 utilizado nos testes.

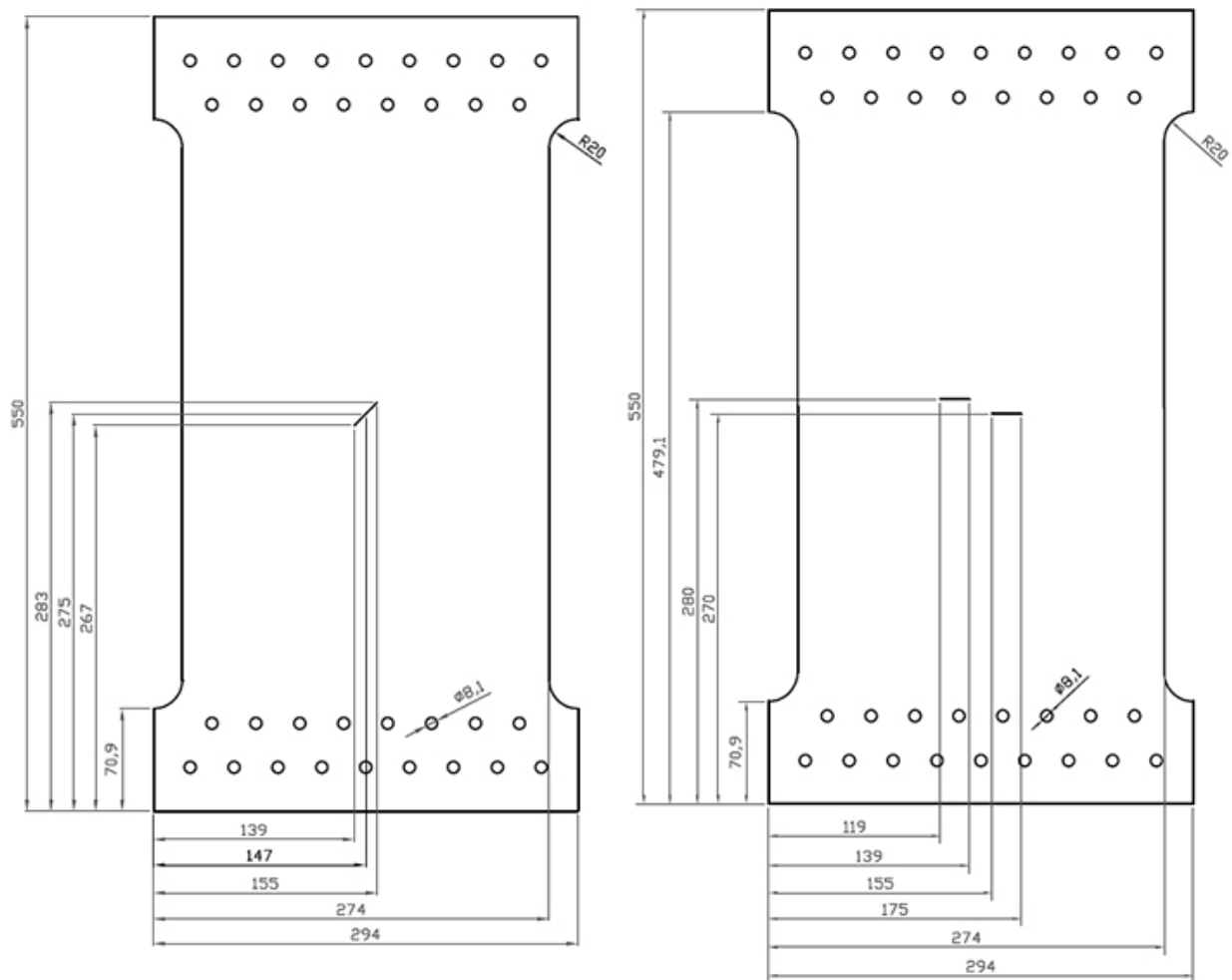


Figura 6.1: Modelo dos corpos de prova utilizados no teste: à esquerda, o primeiro corpo de prova com um único entalhe inclinado à 45°; à direita, o segundo corpo de prova com os dois entalhes horizontais. As medidas estão em milímetros.

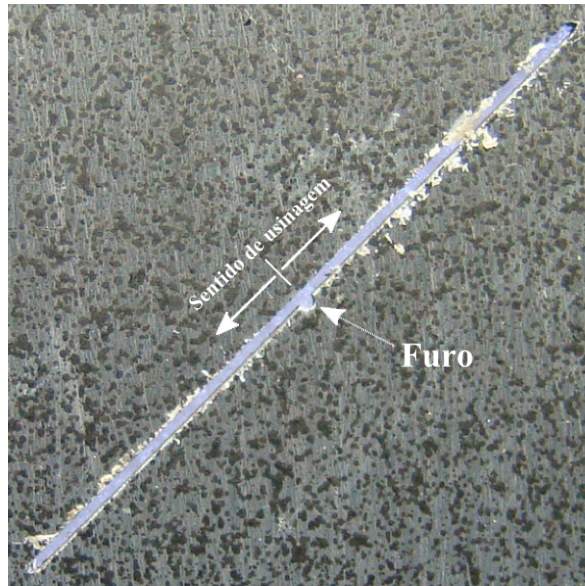


Figura 6.2: Detalhe da configuração do entalhe. Em destaque, a localização do furo e os sentidos dos percursos do fio da eletroerosão.

A segunda configuração de corpo de prova é apresentada à direita na Figura 6.1 e a diferença desta para a primeira, é a presença de dois entalhes ao invés de um. Além disso, os entalhes são horizontais e apresentam 20 *mm* de comprimento cada. A confecção de tais entalhes, seguiu as mesmas recomendações tomadas para o primeiro corpo de prova, vide Figura 6.2.

## 6.2 Aplicação de Spray nas Chapas

A utilização da técnica de correlação de imagens necessita de uma preparação da superfície do corpo de prova, pois há a necessidade de existir um padrão bem estabelecido e não totalmente uniforme (isto é, se a superfície a ser analisada apresentar um padrão uniforme, não haverá como aplicar esta técnica, pois o resultado dos deslocamentos será sempre zero, pois a intensidade média dos pixels será sempre a mesma). A maneira mais comum para criar estes padrões é adotando-se a aplicação de uma tinta por spray na superfície a ser analisada, de modo a gerar uma textura. Existem certos cuidados que devem ser tomados para a aplicação de tal jato de tinta, pois o controle do tamanho das gotas de tinta é um parâmetro importante para a qualidade dos resultados obtidos pela análise utilizando a técnica de correlação de imagens. Em recente trabalho, Lecompte et al. (2006) estudaram a relação entre a qualidade dos resultados obtidos e o tamanho médio das marcas de tinta utilizadas nas análises e mostraram algumas relações para alguns tamanhos de janela de correlação diferentes, como mostrado na tabela 6.2.

Janela de correlação (em pixels)	Marca de tinta (diâmetro médio em pixels)
Pequena (13x13)	3
Média (23x23)	10
Grande (33x33)	>10

Tabela 6.2: Recomendações para o tamanho médio das marcas de tinta para aplicação da correlação de imagens: relação entre a dimensão da janela de correlação e o tamanho médio ótimo das marcas de tinta (Lecompte et al., 2006).

Neste trabalho, a janela de correlação a ser utilizada no processamento das imagens terá sua dimensão fixada em 30x30. A tarefa de controlar o tamanho médio das marcas de tinta, em relação ao seu diâmetro, não é das mais fáceis. Tal aplicação demanda algum tempo de prática em outras superfícies ou mesmo chapas que não serão utilizadas, feitas do mesmo material dos corpos de prova (isto é importante, já que a tinta adere de maneira diferente para materiais diferentes), a fim de que o indivíduo que esteja desempenhando tal tarefa, consiga ter uma boa noção. Dessa maneira, espera-se que os corpos de prova apresentem um padrão razoavelmente parecido entre si. Na aplicação do spray nos corpos de prova a serem testados neste trabalho, optou-se por utilizar uma pequena peneira, com a intenção de evitar que os respingos de tinta maiores chegassem até a área de aplicação. A Figura 6.3 mostra a técnica utilizada neste trabalho para a aplicação do spray nos corpos de prova.



Figura 6.3: Metodologia utilizada para a aplicação do spray nos corpos de prova para os testes.

Os corpos de prova testados foram cuidadosamente submetidos a aplicação do spray, seguindo o procedimento descrito acima, e buscou-se dar atenção para as recomendações apresentadas por Lecompte et al. (2006), levando em consideração as características do presente trabalho.

## 6.3 Procedimento para Obtenção de Pré-Trincas

Como dito anteriormente, os entalhes não podem ser considerados como se fossem trincas, mesmo apresentando espessura pequena (neste caso, aproximadamente,  $0.25\text{ mm}$  de largura) e concentrando tensões. Dessa maneira, devem ser obtidas pré-trincas por fadiga do material. Nesse sentido, para que a trinca não nucleasse em um local indesejado, foi realizado um procedimento utilizando uma lâmina de barbear, a fim de provocar um ângulo mais agudo nas pontas do entalhe. Dessa forma, a garantia de que a trinca vai nuclear nas pontas do entalhe aumenta, uma vez que há um aumento na concentração das tensões nesta região. A Figura 6.4 mostra tal procedimento. O resultado do procedimento descrito acima é mostrado na Figura 6.5. Após o procedimento com a gilete, a pré-trinca foi obtida colocando-se a chapa na mesma montagem do teste de fadiga efetivo, porém, a diferença é que o número de paradas para tomada de medida do comprimento da trinca foi maior. Dessa maneira, as especificações deste “teste preliminar” são as mesmas que as utilizadas no teste de fadiga efetivo, com a mesma variação de carga aplicada e mesma frequência. Tais especificações serão apresentadas com mais detalhes no item seguinte deste capítulo.

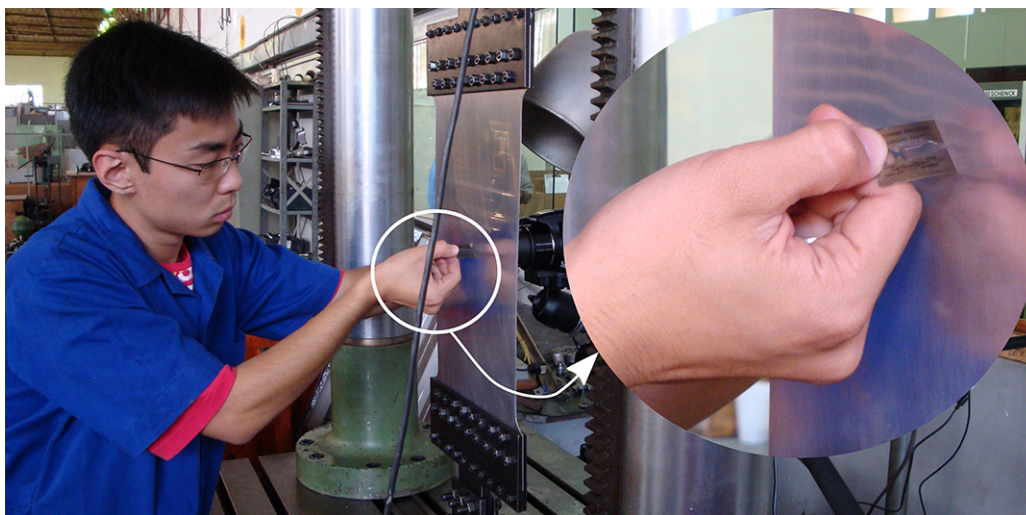


Figura 6.4: Procedimento com lâmina de barbear para aumentar a concentração de tensões na ponta de cada entalhe.

As pré-trincas foram obtidas com um comprimento de aproximadamente  $4\text{ mm}$ , para o caso dos corpos de prova com entalhe inclinado. A Tabela 6.3 apresenta informações sobre o comprimento das pré-trincas e os ciclos gastos, para estes corpos de prova. Nesta tabela e nos itens posteriores, será adotada a seguinte notação para este tipo de corpo de prova: a trinca superior será referida como “trinca 1”, enquanto que a trinca inferior será referida como “trinca 2”, conforme mostrado na Figura 6.6.

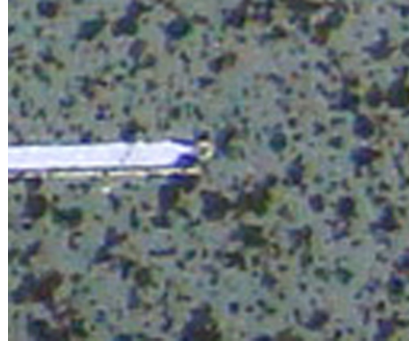


Figura 6.5: Resultado do procedimento realizado com lâmina de barbear para criar um ângulo mais agudo nas extremidades do entalhe criado com a eletroerosão à fio.

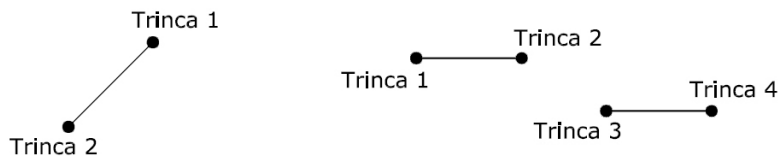


Figura 6.6: Notação adotada para facilitar a localização das trincas. À esquerda, é mostrada a notação para o corpo de prova com entalhe inclinado. À direita, se encontra a notação para o corpo de prova com dois entalhes horizontais.

	Comprimento da pré-trinca [mm]	N° de ciclos
Chapa 1	4,5/4,5	77001
Chapa 2	3,6/4,0	62998
Chapa 3	4,0/3,5	65001

Tabela 6.3: Comprimento das pré-trincas e ciclos gastos para a chapa com trinca inclinada. (Trinca 1/Trinca 2)

Já para o caso dos corpos de prova com os dois entalhes horizontais, buscou-se obter pré-trincas com comprimento de aproximadamente  $2\text{ mm}$  para cada ponta dos entalhes. Os valores dos comprimentos e ciclos gastos para cada chapa com tal configuração são apresentados na tabela 6.4. A notação utilizada para facilitar a identificação das trincas deste corpo de prova ao longo do texto deste trabalho é apresentada na Figura 6.6.

	Comprimento da pré-trinca [mm]	N° de ciclos
Chapa 1	1,9/2,2/2,2/1,9	19999
Chapa 2	1,3/1,5/1,5/1,3	15000
Chapa 3	1,5/2,0/2,0/1,5	20002

Tabela 6.4: Comprimento das pré-trincas e ciclos gastos para a chapa com duas trincas horizontais. (Trinca 1/Trinca 2/Trinca 3/Trinca 4)

## 6.4 Procedimento dos Ensaios

O ensaio de fadiga do presente trabalho consistiu basicamente de um corpo de prova sendo tracionado ciclicamente. Foram testados os dois tipos de corpo de prova apresentados no item anterior, que podem ser observados na Figura 6.1. As cargas aplicadas nos testes foram obtidas com a utilização de um cilindro hidráulico, de modo a gerar uma tensão máxima de 92,63 *MPa* e mínima de 7,72 *MPa*, resultando em uma razão de carga  $R = 0,0833$ . Para conseguir esta faixa de variação de cargas, o cilindro foi regulado para variar entre 2 e 24 *kN*. A frequência da carga cíclica empregada nos testes foi de 8 *Hz*. As condições do teste realizado neste trabalho, seguem o mesmo padrão daqueles apresentados por Sabelkin et al. (2006), excetuando-se o procedimento para obtenção de pré-trincas por fadiga, que neste caso seguiu as mesmas condições do teste efetivo. O principal motivo da realização de tal procedimento desta maneira reside no fato de, em trabalhos futuros, haver o interesse em utilizar os dados obtidos durante este período do teste (é possível pensar em uma modelagem da propagação desde o período de pré-trinca, até a entrada da fase II da propagação). A Figura 6.7 mostra a montagem completa para a realização dos testes.

Nesta figura, observa-se a presença de uma célula de carga fixada na parte superior da trave da mesa de testes. Esta célula de carga foi fixada através da utilização de alguns suportes que tinham apenas esta finalidade. Um destes suportes era responsável pela fixação da célula de carga à garra que prende o corpo de prova. Na parte inferior do corpo de prova, há outra garra que era fixada em outro suporte, que tinha a finalidade de fixar a garra à cabeça do cilindro hidráulico. Nenhum dispositivo especial para evitar flambagem foi adotado neste caso, já que a chapa esteve sob tração durante o tempo todo dos testes ( $R > 0$ ). A Tabela 6.5 mostra a descrição dos principais equipamentos utilizados na montagem dos testes.

Item	Descrição
Controlador Schenck	“Pegasus” Digital Servo Controller 5900
	Calibração: Dinateste Ltda., certificado: 248c/07, 20/03/07
Célula de carga <i>HBM</i>	Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH (HBM)
	Tipo U10M/125 kN, patrimônio 14/03328
Mesa Schenck PCQ0028	Tipo PCQ S, 1972
Cilindro Schenck	Hydropuls Zylinder
	Série PZV0625, curso 20mm, PQQ0057, 1972

Tabela 6.5: Principais equipamentos utilizados nos testes.





Figura 6.7: Montagem completa.

Durante a execução do teste, houveram várias paradas com a finalidade de obter as fotos para a aplicação das técnicas de processamento de imagens. Dessa forma, em cada parada, o cilindro era regulado na menor carga de teste ( $2\text{ kN}$ ) e uma foto era obtida com este carregamento. Então, o cilindro era regulado na maior carga de teste ( $24\text{ kN}$ ) e outra foto era obtida. Posteriormente, a trinca era medida na parte de trás do corpo de prova, com o auxílio de uma lente de aumento com capacidade de magnificação de 8x (*Ernst Leitz GmbH Wetzlar, Germany*, 8x, R-JMO 2/9).

# Capítulo 7

## Resultados e Discussões

Este capítulo apresenta os resultados obtidos neste trabalho, no que diz respeito a abordagem experimental e a abordagem numérica do problema de propagação de trincas por fadiga para duas configurações diferentes de corpos de prova, que foram apresentadas com maiores detalhes em itens anteriores. Nos próximos itens, serão apresentados os resultados experimentais para os dois corpos de prova, seguidos de uma análise das imagens obtidas durante o experimento utilizando a técnica de correlação de imagens. Então, serão apresentados os resultados numéricos obtidos através da simulação das condições dos testes e, em seguida, serão realizadas comparações entre os resultados experimentais e numéricos. Os resultados serão discutidos, a medida que forem sendo apresentados.

### 7.1 Resultados Experimentais

Este item se destina a apresentar os resultados obtidos nos testes experimentais realizados com corpos de prova feitos de liga de alumínio 2024-T3 e descrito conforme os comentários do capítulo 6. Os itens 7.1.1 e 7.1.2 apresentarão tabelas e gráficos mostrando a vida em fadiga dos corpos de prova testados. Imagens dos corpos de prova durante os testes serão apresentadas, em parte, nos itens posteriores para auxiliar na análise utilizando correlação de imagens e validar os resultados numéricos.

#### 7.1.1 Resultados do Teste de Fadiga para as Chapas com Entalhe Inclinado

As informações obtidas durante os testes de fadiga realizados para a chapa com entalhe inclinado, são referentes ao número de ciclos rodados em relação ao comprimento das trincas. Além disso, foram tomadas algumas imagens no decorrer do teste. Tais imagens serão proces-



sadas pela aplicação da técnica de correlação de imagens e serão mostradas no item 7.2. Para esta configuração de corpo de prova, foram testadas três chapas com as mesmas dimensões. As Tabelas 7.1, 7.2 e 7.3 apresentam os dados obtidos para o número de ciclos e comprimento de trinca para a primeira, segunda e terceira chapas, respectivamente. Vale observar que os dados apresentados em tais tabelas começam a contar a partir da pré-trinca.

Nota-se pelos dados referentes ao teste da última chapa com esta configuração que há poucas informações colhidas. A explicação para isto é que houve um problema com o sistema hidráulico, forçando o desligamento deste e, conseqüentemente, interrompendo todos os testes que estavam sendo rodados naquele instante. Quando o teste foi reiniciado, a chapa sofreu uma sobrecarga, que foi suficientemente grande para provocar a perda do corpo de prova, pois houve uma deformação plástica muito grande na região que se localiza nas proximidades da ponta da trinca. Esta região deformada plasticamente, não permitiu que a trinca se propagasse em 25.000 ciclos rodados após o incidente. Diante desta situação, o teste foi interrompido definitivamente, pois o comportamento da curva de vida em fadiga para esta chapa havia sido alterada de maneira significativa. As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam as curvas do comprimento da trinca 1 em relação ao número de ciclos para as três chapas e do comprimento da trinca 2 em relação ao número de ciclos para as três chapas, respectivamente.

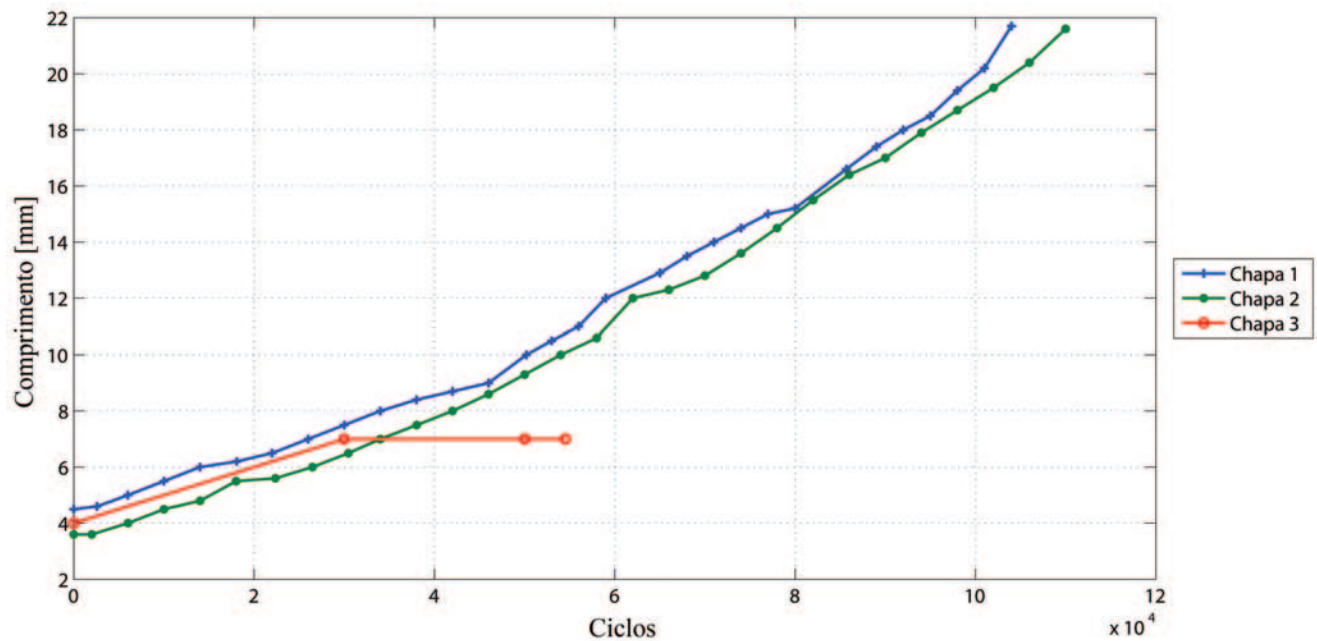


Figura 7.1: Gráfico do comprimento da trinca 1 em relação ao número de ciclos para as chapas com entalhe inclinado.

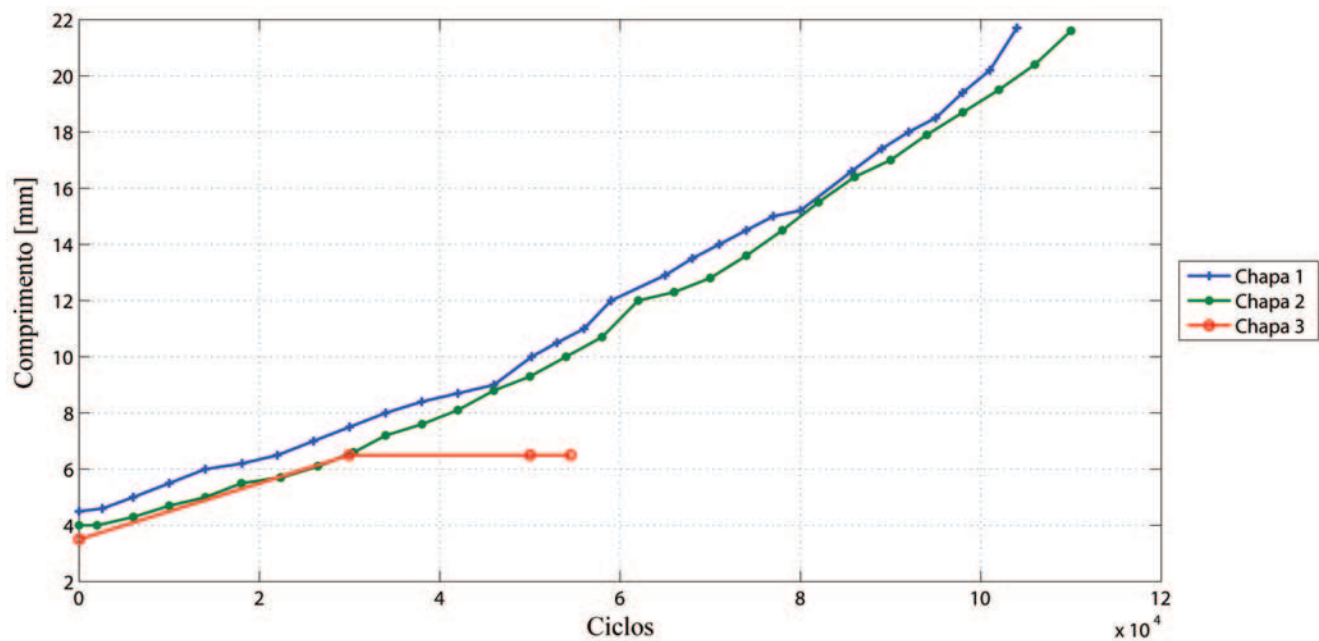


Figura 7.2: Gráfico do comprimento da trinca 2 em relação ao número de ciclos para as chapas com entalhe inclinado.

Ciclos	Trinca 1	Trinca 2
0	4.50	4.50
2589	4.60	4.60
6001	5.00	5.00
9998	5.50	5.50
13999	6.00	6.00
18077	6.20	6.20
21998	6.50	6.50
26000	7.00	7.00
30001	7.50	7.50
34000	8.00	8.00
37999	8.40	8.40
41999	8.70	8.70
46000	9.00	9.00
50199	10.00	10.00
52999	10.50	10.50
56001	11.00	11.00
58999	12.00	12.00
64999	12.90	12.90
67999	13.50	13.50

70997	14.00	14.00
74001	14.50	14.50
77000	15.00	15.00
79999	15.20	15.20
85680	16.60	16.60
89007	17.40	17.40
91997	18.00	18.00
95000	18.50	18.50
97999	19.40	19.40
100999	20.20	20.20
104000	21.70	21.70
106999	22.00	22.00
109999	22.70	22.70
113999	23.20	23.20
116996	24.60	24.60
120411	25.80	25.80
124000	27.00	27.00
126999	28.00	28.00
130000	28.30	28.30

Tabela 7.1: Dados obtidos no teste de fadiga da primeira chapa com trinca inclinada.

Ciclos	Trinca 1	Trinca 2
0	3.60	4.00
1997	3.60	4.00
6014	4.00	4.30
10007	4.50	4.70
14000	4.80	5.00
18007	5.50	5.50
22363	5.60	5.70
26473	6.00	6.10
30456	6.50	6.60
33998	7.00	7.20
38037	7.50	7.60
42003	8.00	8.10
46003	8.60	8.80
50008	9.30	9.30

54002	10.00	10.00
58001	10.60	10.70
62006	12.00	12.00
66000	12.30	12.30
70002	12.80	12.80
74001	13.60	13.60
78004	14.50	14.50
82001	15.50	15.50
86004	16.40	16.40
90007	17.00	17.00
94002	17.90	17.90
98006	18.70	18.70
102004	19.50	19.50
106000	20.40	20.40
110002	21.60	21.60

Tabela 7.2: Dados obtidos no teste de fadiga da segunda chapa com trinca inclinada.

Ciclos	Trinca 1	Trinca 2
0	4.00	3.50
30000	7.00	6.50
49998	7.00	6.50
54490	7.00	6.50

Tabela 7.3: Dados obtidos no teste de fadiga da terceira chapa com trinca inclinada.

A Figura 7.3 mostra uma fotografia da parte de trás da última chapa com esta configuração. Em detalhe, pode-se observar nitidamente a região onde a deformação plástica ocorreu, uma pequena área em volta da ponta de cada trinca.



Figura 7.3: Detalhe das regiões nas pontas das trincas que sofreram grande deformação plástica devido a sobrecarga inesperada no teste da terceira chapa.

A Figura 7.4 mostra algumas imagens para mostrar a propagação da trincas da primeira chapa com entalhe inclinado. Sem o recurso do *zoom*, há uma grande dificuldade para observar o perfil da trinca.

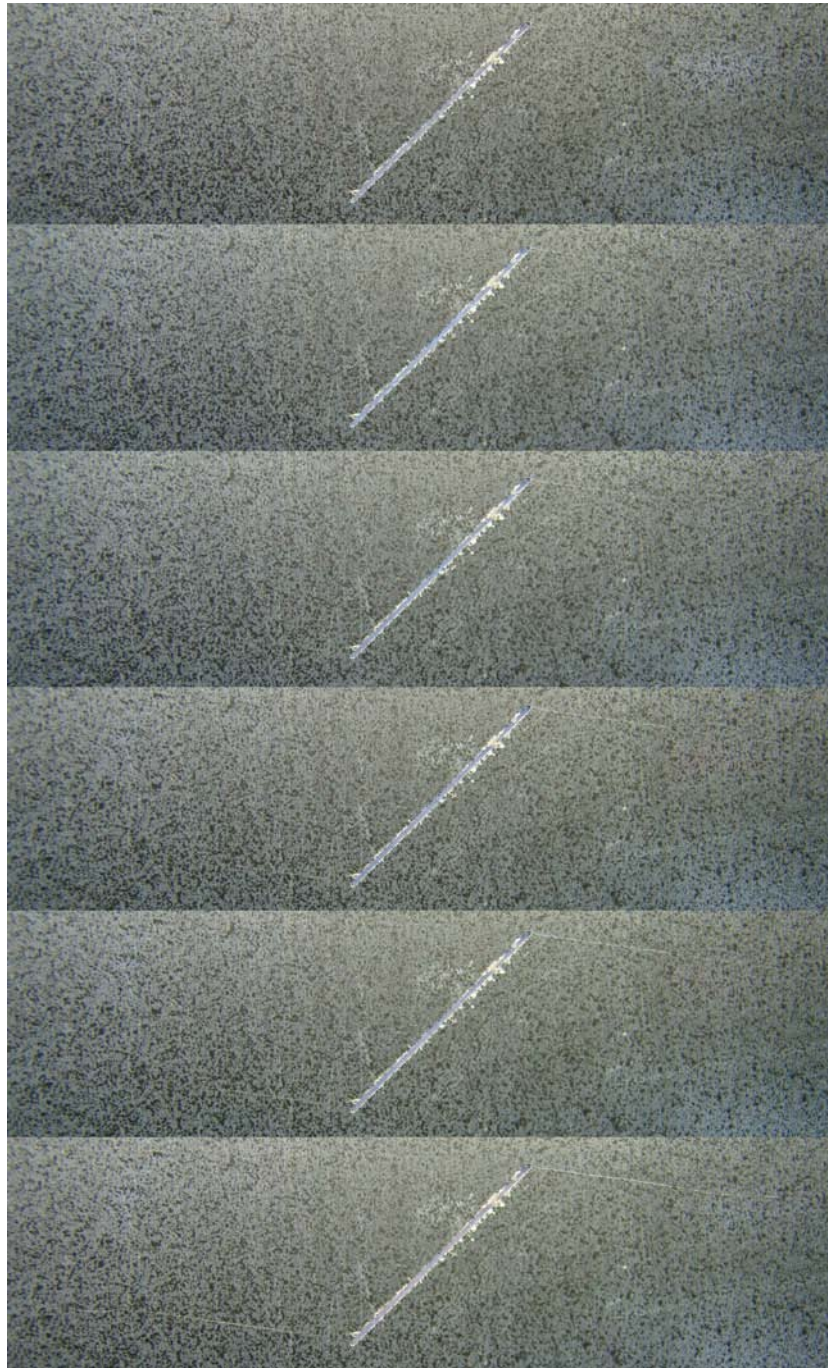


Figura 7.4: Sequência de imagens mostrando a propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado.

### 7.1.2 Resultados do Teste de Fadiga para as Chapas com dois Entalhes Horizontais

Neste item são apresentados os resultados obtidos durante o teste de fadiga aplicado nas chapas com dois entalhes horizontais. Para o caso destes testes, foram testadas três chapas apresentando as mesmas dimensões, assim como realizado com o corpo de prova do item anterior. As Tabelas 7.4, 7.5 e 7.6 apresentam os dados obtidos durante os testes de fadiga para a primeira, segunda e terceira chapa, respectivamente. Vale observar que os dados apresentado em tais tabelas começam a contar à partir da pré-trinca.

Ciclos	Trinca 1 (mm)	Trinca 2 (mm)	Trinca 3 (mm)	Trinca 4 (mm)
0	1.90	2.20	2.20	1.90
4999	2.50	2.90	3.00	2.50
10003	3.00	3.60	4.20	3.00
15002	3.70	4.50	4.80	3.70
20006	4.70	6.00	6.20	4.70
24082	5.50	6.80	7.20	5.50
28003	6.30	8.00	8.00	6.30
32001	7.10	9.40	9.40	7.20
36000	8.80	10.80	10.80	8.80
40001	10.20	12.00	12.00	10.20
44008	11.40	12.60	12.60	11.40
48000	13.40	13.40	13.40	13.40
52002	15.00	14.10	14.10	15.00
56002	17.20	14.60	14.60	17.20
60000	19.10	15.20	15.20	19.10
64006	21.80	15.60	15.60	22.40

Tabela 7.4: Dados obtidos no teste de fadiga da primeira chapa com dois entalhes horizontais.



Ciclos	Trinca 1 (mm)	Trinca 2 (mm)	Trinca 3 (mm)	Trinca 4 (mm)
0	1.30	1.50	1.50	1.30
9999	2.30	2.80	2.80	2.30
15001	3.00	3.50	3.80	3.00
20006	3.40	4.40	4.60	3.50
25000	4.30	5.50	5.60	4.30
30158	5.30	6.90	7.10	5.30
35000	6.50	8.30	8.60	6.60
40001	7.50	10.20	10.50	7.60
45000	9.40	11.20	11.50	9.50
50004	11.10	12.40	12.50	11.10
55003	13.00	12.90	13.30	13.50
60002	15.40	14.00	14.00	16.20
65001	17.70	14.60	15.00	18.00
69005	20.20	15.00	15.30	20.50

Tabela 7.5: Dados obtidos no teste de fadiga da segunda chapa com dois entalhes horizontais.

Ciclos	Trinca 1 (mm)	Trinca 2 (mm)	Trinca 3 (mm)	Trinca 4 (mm)
0	1.50	2.00	2.00	1.50
10001	2.70	3.50	3.50	2.70
19997	4.00	5.20	5.20	4.00
24998	4.80	6.30	6.40	4.80
29998	6.10	7.90	8.00	6.10
34998	7.10	9.20	9.20	7.10
39998	8.50	10.60	10.60	8.50
44998	10.00	11.60	11.60	9.80
49998	11.60	12.50	12.50	11.60
54997	13.50	13.30	13.30	13.50
59998	15.00	14.00	14.00	15.00
63998	16.50	14.60	14.60	16.50

Tabela 7.6: Dados obtidos no teste de fadiga da terceira chapa com dois entalhes horizontais.

Devido a semelhança dos resultados para as trincas 1 e 4, a Figura 7.5 mostra o gráfico do comprimento da trinca em relação ao número de ciclos para estas duas trincas. Pelo mesmo motivo, os resultados para as trincas 2 e 3, também foram colocados no mesmo gráfico, vide Figura 7.6. Apresentando as curvas separadamente, há uma melhora na visualização e compreensão dos dados.

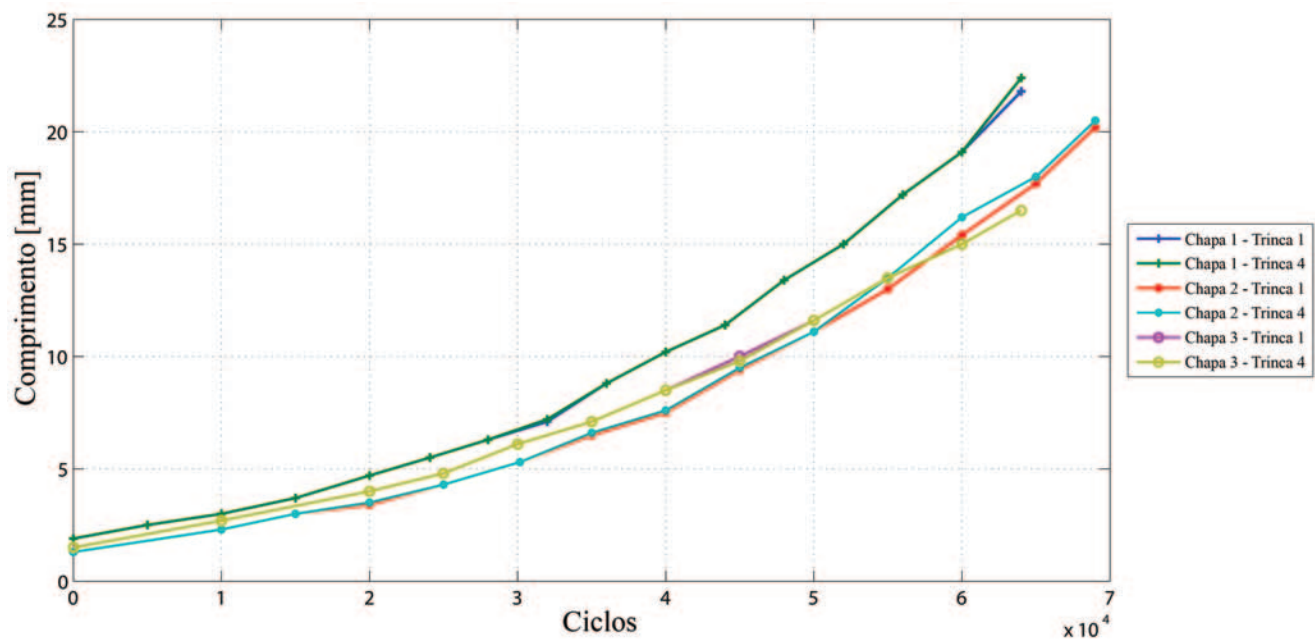


Figura 7.5: Gráfico do comprimento das trincas 1 e 4 em relação ao número de ciclos para as chapas com dois entalhes horizontais.

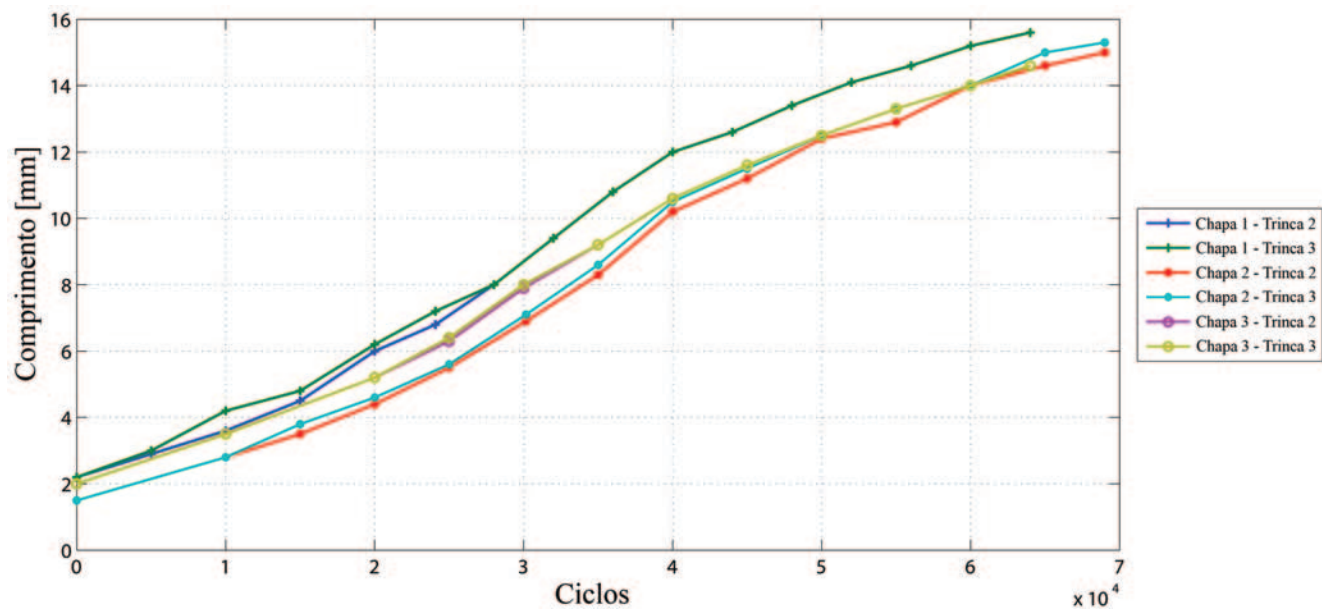


Figura 7.6: Gráfico do comprimento das trincas 2 e 3 em relação ao número de ciclos para as chapas com dois entalhes horizontais.

Observa-se que as curvas para as trincas 2 e 3 apresentam uma mudança na curvatura quando a trinca atinge cerca de 10 mm de comprimento (aproximadamente 40.000 ciclos). Neste ponto do teste, estas trincas estão exibindo uma curvatura um pouco mais pronunciada

do que em momentos anteriores, pois o início destas trincas é praticamente horizontal. A Figura 7.7 apresenta uma fotografia que mostra o momento onde a curvatura do perfil da trinca começa a ficar mais pronunciada.

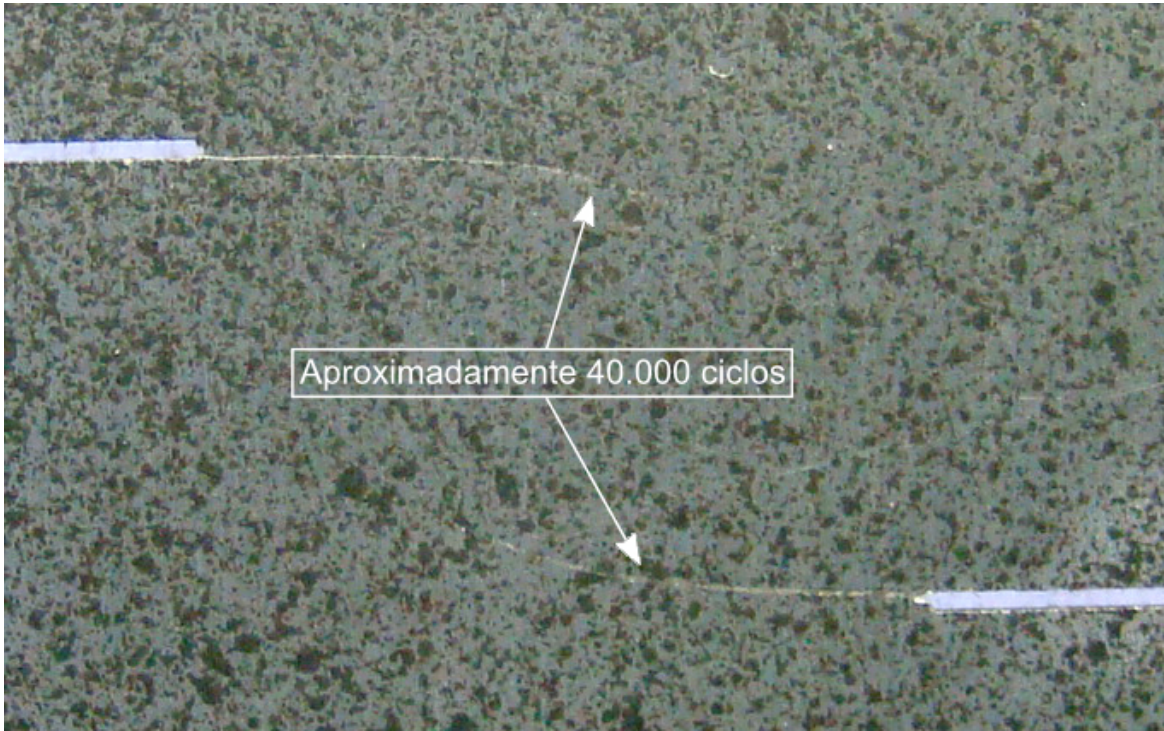


Figura 7.7: Início de curvatura na chapa 3.

Neste momento da propagação, nota-se a influência do fechamento da trinca devido ao aparecimento do modo II de deformação e a própria configuração geométrica naquele momento, que é muito propícia a dificultar a abertura total da trinca. Estes aspectos serão discutidos novamente na apresentação dos resultados numéricos para modelar o comportamento destas curvas. Os perfis de propagação das trincas obtidos pelos testes e os gráficos de vida em fadiga serão apresentados no item 7.3, onde serão confrontados com os resultados numéricos.

A Figura 7.8 mostra algumas imagens para mostrar a propagação da trincas da primeira chapa com dois entalhes horizontais. Neste caso, o perfil das trincas é mais nítido do que no caso das imagens da chapa com entalhe inclinado. Mesmo assim, as imagens da propagação em seu estágio inicial, apresentam grande dificuldade para identificar a ponta da trinca.





Figura 7.8: Sequência de imagens mostrando a propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais.

## 7.2 Análise dos Resultados Experimentais Utilizando Correlação de Imagens Digitais

A técnica de correlação de imagens digitais foi utilizada nos testes para que o crescimento da trinca fosse monitorado, a fim de auxiliar na identificação da localização da ponta da trinca. Nesse sentido, o algoritmo analisava as imagens à medida que elas eram inseridas

no computador através de uma grade de pontos que cobria a área de interesse. Para o caso da trinca com entalhe inclinado, a área de interesse englobava uma das trincas e, então, o processamento era realizado para um tamanho conhecido da grade de pontos, ou seja, era de conhecimento prévio que se a trinca ultrapassasse o limite da janela, ela teria um comprimento igual ao da largura da própria janela aproximadamente.

Na fase de planejamento dos testes, era esperado que a capacidade focal da câmera, associada a uma boa iluminação, seria suficiente para conseguir observar a trinca até o seu final. Isto não foi verificado na prática, já que a pintura atrapalhou a observação da ponta da trinca, pois a abertura da trinca neste local era muito pequena. Dessa maneira, a localização da ponta da trinca era feita com o auxílio dos resultados do processamento das imagens pelo algoritmo de correlação, no que diz respeito aos deslocamentos e deformações. É importante salientar que os resultados para as deformações não são coerentes com o real na área onde a trinca é aberta, pois existe uma descontinuidade do material (aplicando-se a grade de pontos em cima da trinca). Porém, o campo de deformações calculados sobre os pontos da grade localizada sobre a trinca, proporciona uma boa visualização da área onde possivelmente a ponta da trinca está localizada. Em um trabalho anterior, os alunos Renan Ozelo e Rafael Venturini (do mesmo grupo de pesquisa dos autores do presente trabalho), na tentativa de obter a medida da trinca pela correlação das imagens, buscaram obter o comprimento da trinca diretamente pelo gradiente apresentado no campo de deformações. Porém, o grande problema nesta abordagem, é que a avaliação é muito subjetiva e há uma grande dificuldade para determinar a localização da ponta da trinca com grande precisão. Dessa forma, esta metodologia não foi adotada para o presente trabalho, buscando-se apenas o auxílio desta técnica para obter uma estimativa da localização da ponta da trinca na área analisada. As Figuras 7.9, 7.10, 7.11, 7.12, 7.13 e 7.14 mostram alguns resultados para a propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinada e para a primeira chapa com dois entalhes horizontais testadas. Nestes resultados houve a aplicação de uma grade que cobria a área total por onde as trincas se propagaram, com uma distância de 5 *pixels* entre os pontos. As Tabelas 7.7 e 7.8 mostram a razão de calibração dada em *pixels/mm* para cada uma das três chapas testadas para o corpo de prova com entalhe inclinado e para os três corpos de prova com dois entalhes horizontais, respectivamente. As imagens foram adquiridas com uma resolução de 5 *MP* (*Mega Pixels*) para todos os testes. Os valores destas taxas devem ser altos para que os resultados sejam obtidos com grande precisão.

É possível notar que o campo de deslocamentos na direção 2 (perpendicular à direção de aplicação da carga) possibilita uma visualização melhor do perfil de propagação da trinca. Mais notável ainda, é o perfil que se forma no campo de deformações  $\varepsilon_{22}$ , pois neste caso, a descontinuidade promove uma diferença muito grande nos deslocamentos, resultando em

deformações elevadas (deformações sem sentido físico). Em vários momentos dos testes, não era possível "enxergar" a localização da ponta da trinca pelas imagens, porém, a análise do campo de deformações permitia verificar que a trinca já havia ultrapassado aquele comprimento que era visível. Algumas trincas foram medidas, utilizando-se a função de medida de trincas implementada, e os resultados são mostrados nas Tabelas 7.9 e 7.10, confrontando-se os valores obtidos por esta técnica com aqueles que foram medidos naquele momento dos testes. Nota-se uma diferença considerável para alguns casos, devido a dificuldade imposta pela pintura.

Corpo de prova	Razão [ <i>pixels/mm</i> ]
1	34.8057
2	37.2471
3	38.0556

Tabela 7.7: Razão de calibração para os testes das três chapas com um entalhe inclinado.

Corpo de prova	Razão [ <i>pixels/mm</i> ]
1	27.8855
2	26.5815
3	26.7914

Tabela 7.8: Razão de calibração para os testes das três chapas com dois entalhes horizontais.

Método	Trinca 1	Trinca 2
DIC	18.,5344	19.6638
Experimental	21.7000	21.7000

Tabela 7.9: Medidas de trinca para o primeiro corpo de prova com um entalhe inclinado utilizando a função de medida de trinca e resultado da medida durante o experimento.

Método	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 3	Trinca 4
DIC	17.2631	15.5810	15.6573	17.3650
Experimental	21.8000	15.6000	15.6000	22.4000

Tabela 7.10: Medidas de trinca para o primeiro corpo de prova com dois entalhes horizontais utilizando a função de medida de trinca e resultado da medida durante o experimento.

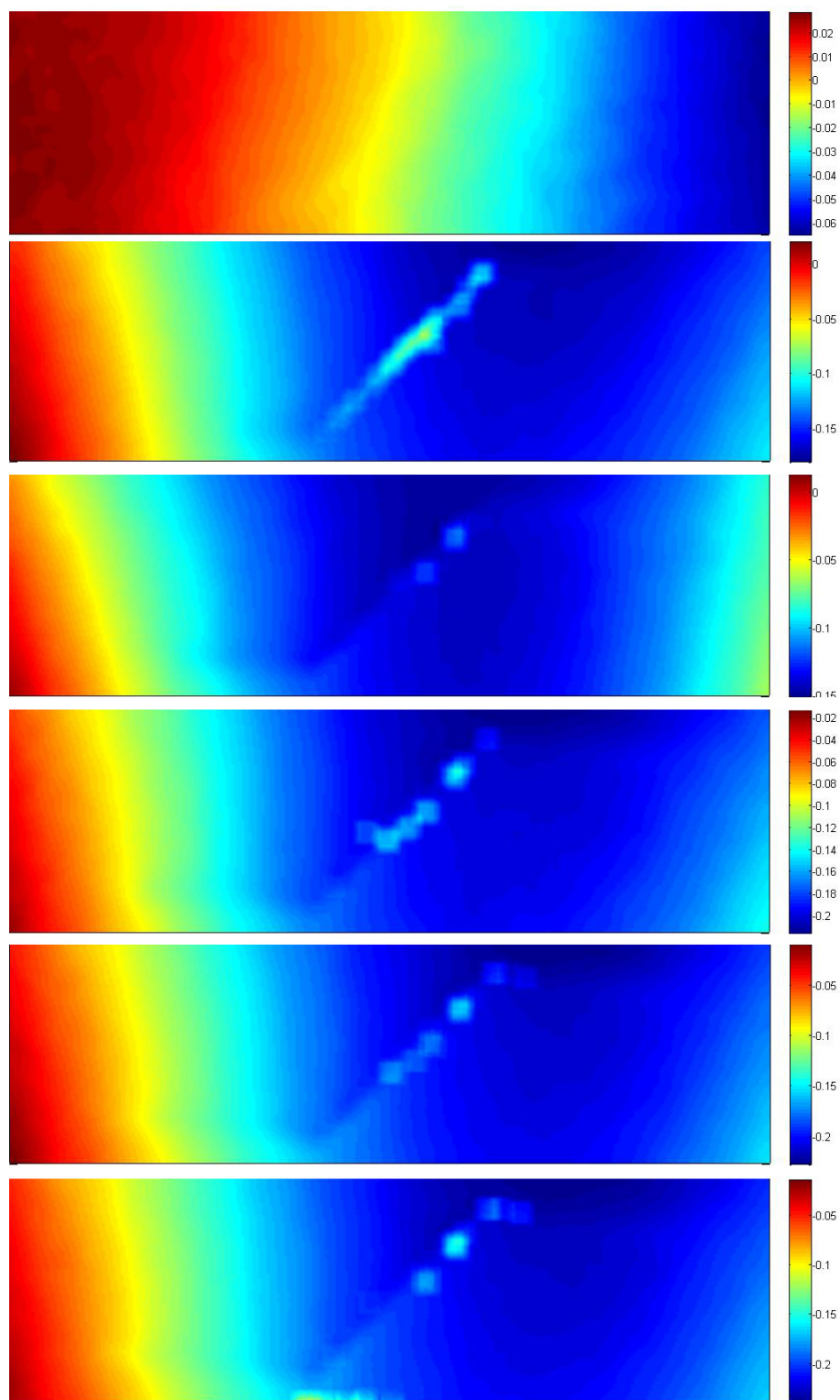


Figura 7.9: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deslocamentos na direção 1.



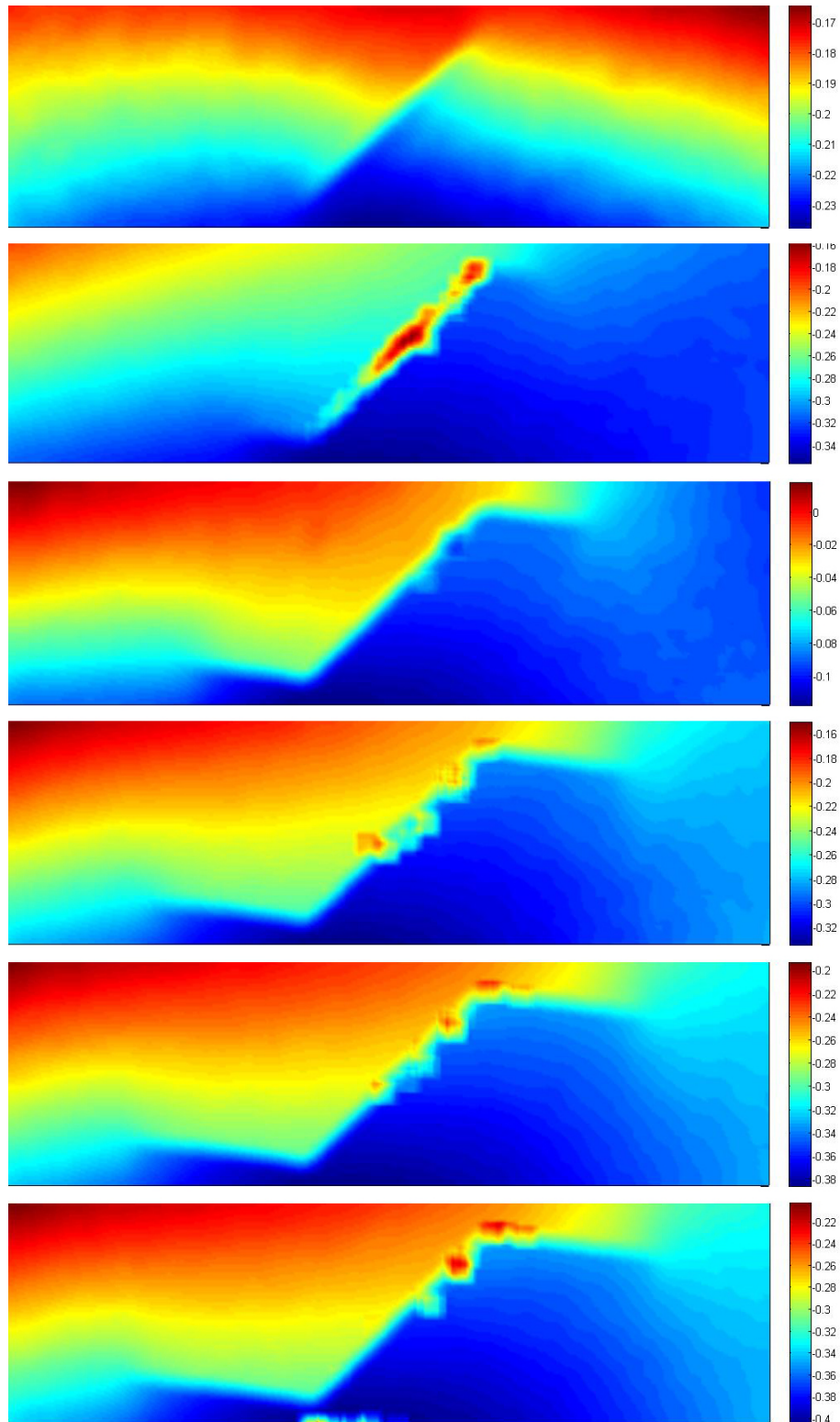


Figura 7.10: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deslocamentos na direção 2.

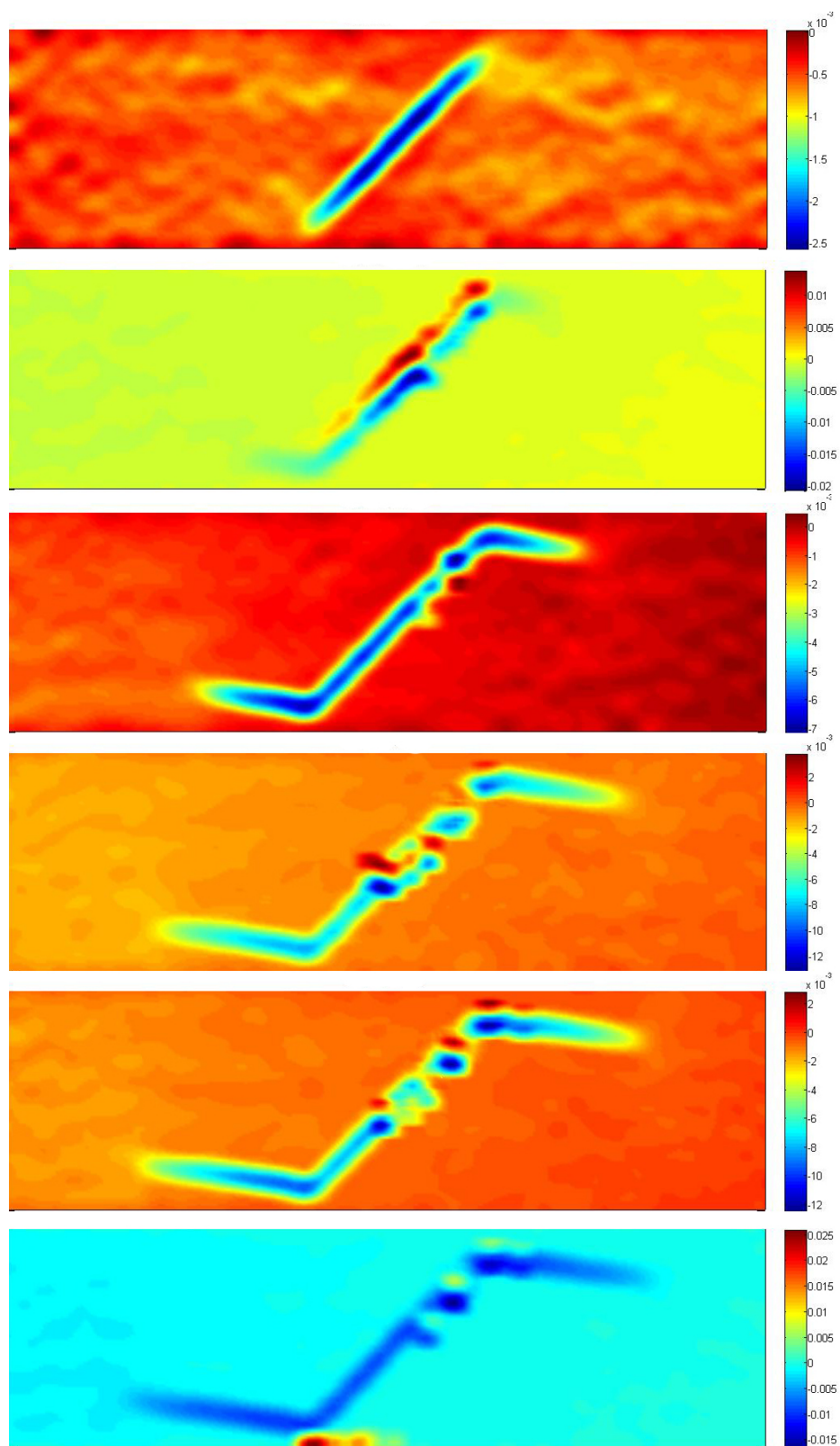


Figura 7.11: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com entalhe inclinado: deformação  $\varepsilon_{22}$ .

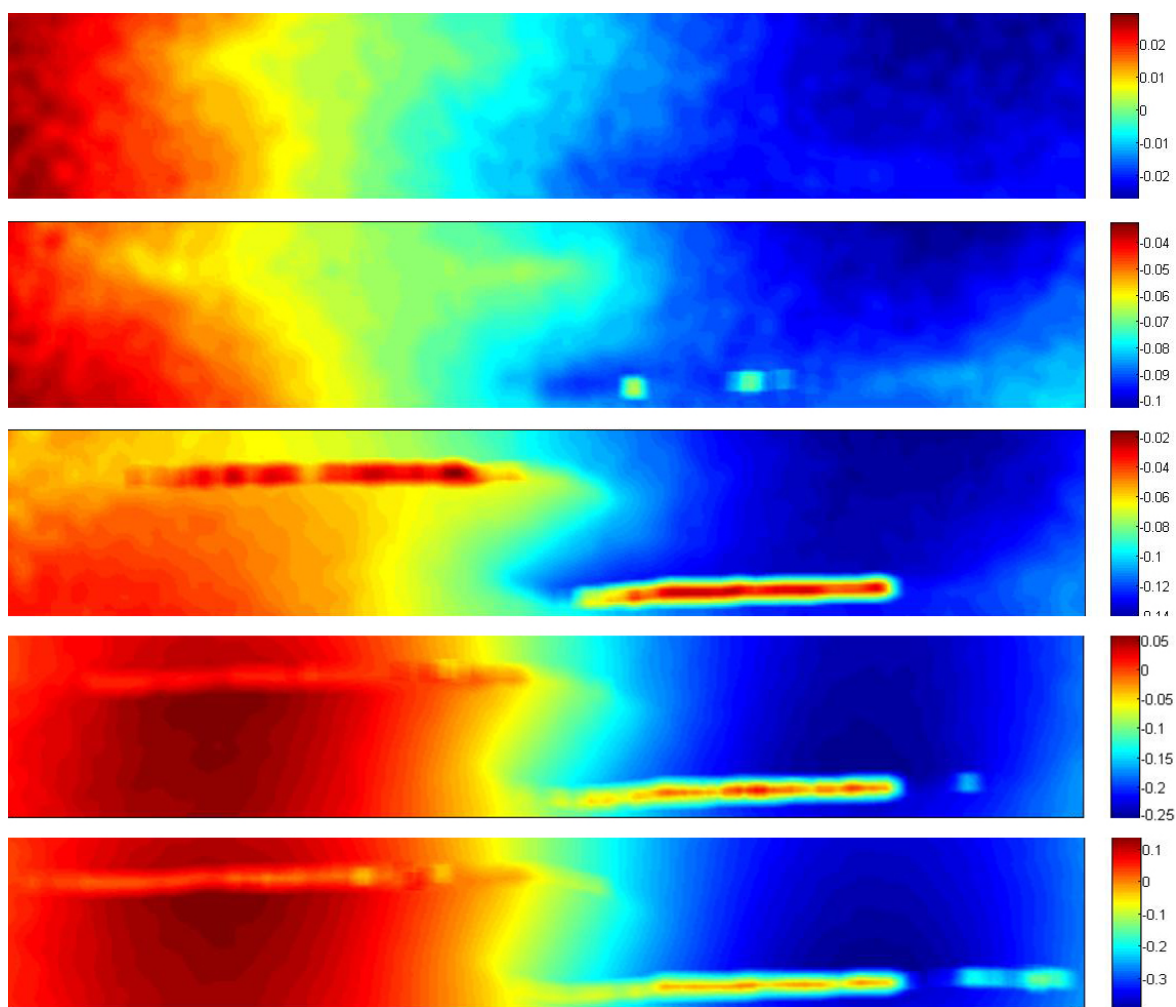


Figura 7.12: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deslocamentos na direção 1.



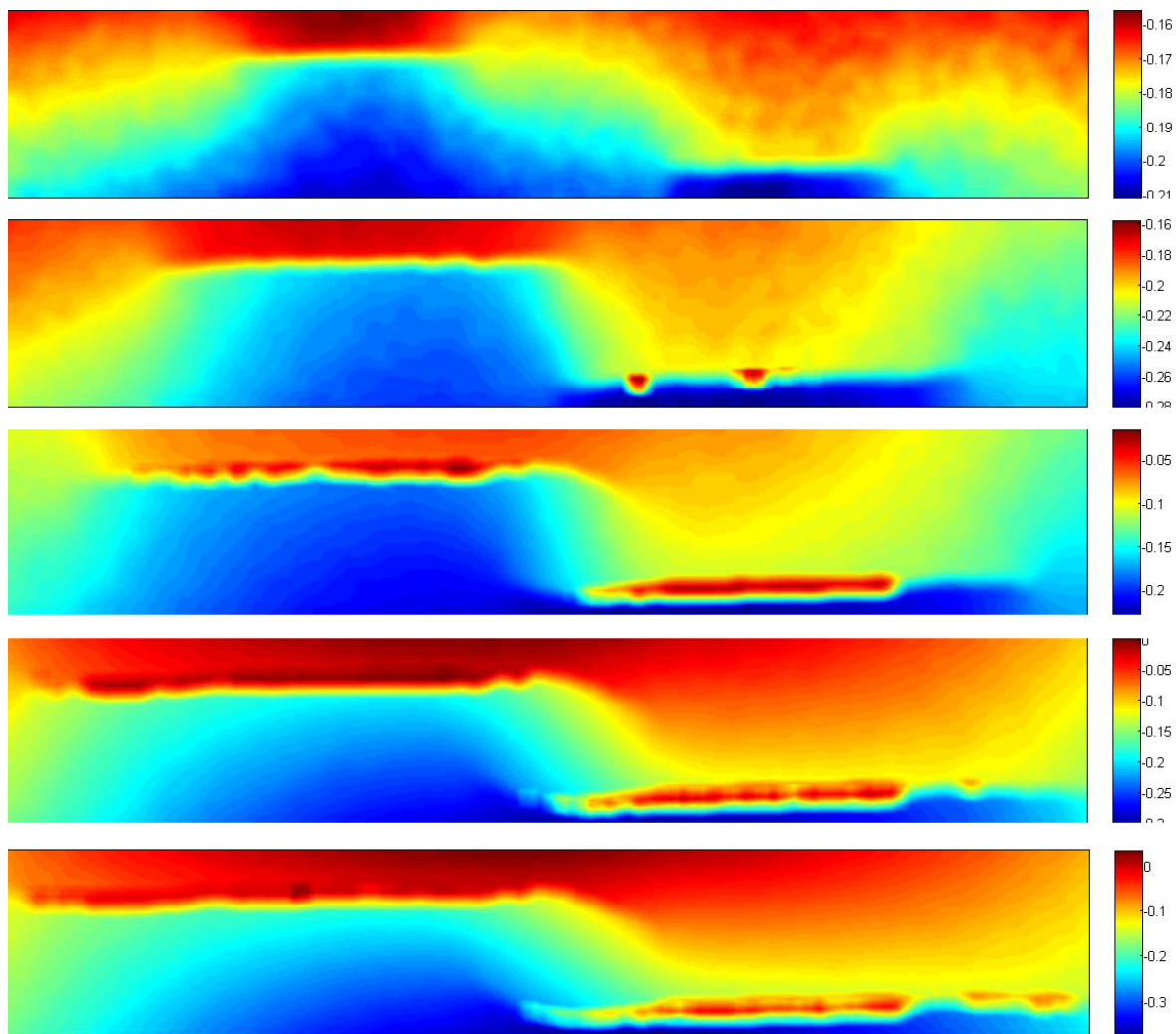


Figura 7.13: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deslocamentos na direção 2.



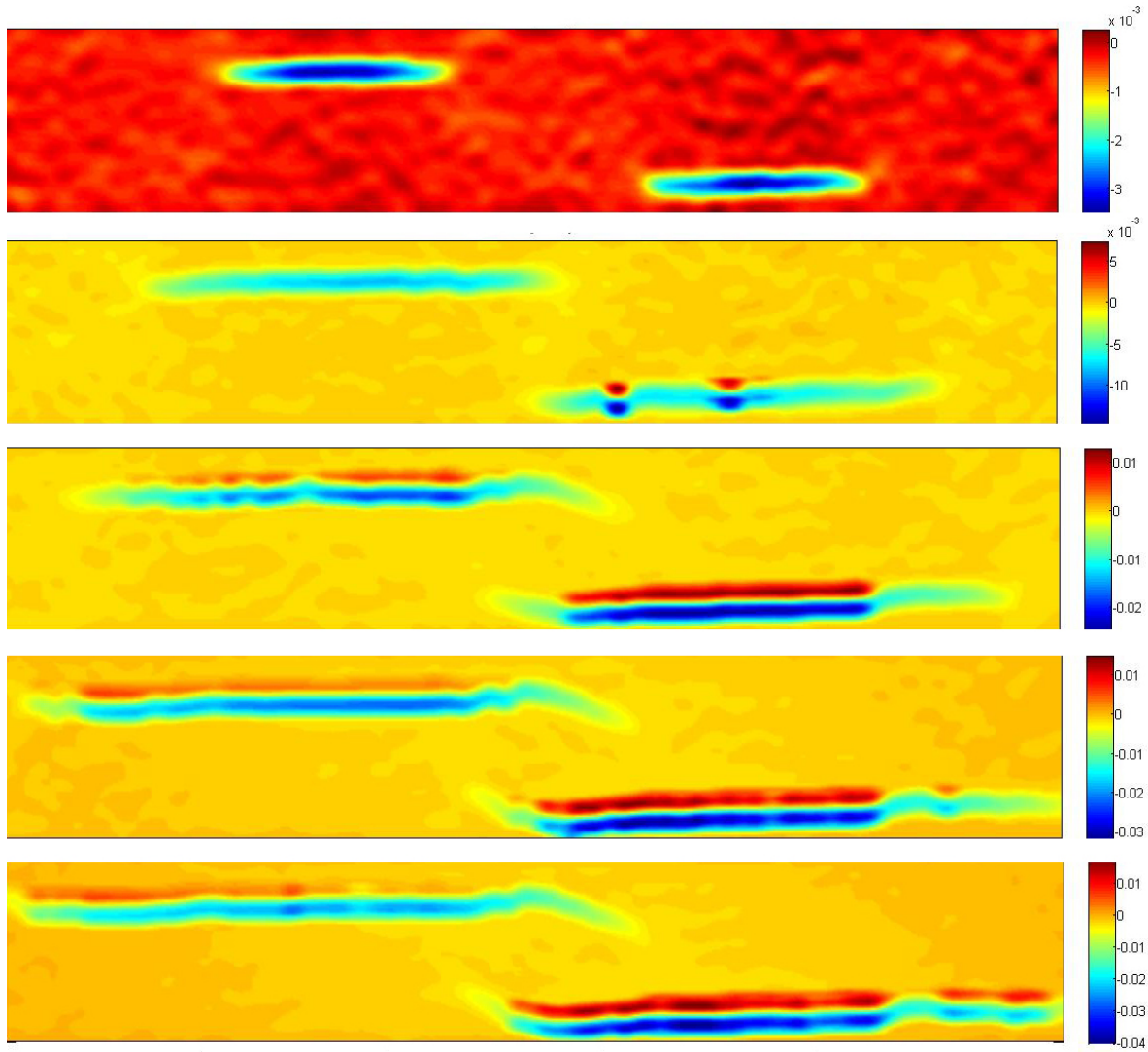


Figura 7.14: Monitoração da propagação das trincas para a primeira chapa com dois entalhes horizontais: deformação  $\varepsilon_{22}$ .

### 7.3 Resultados Numéricos e Comparação com os Resultados Experimentais

Os resultados obtidos pela modelagem computacional dos corpos de prova utilizando o algoritmo desenvolvido neste trabalho serão apresentados nos itens que seguem. Primeiramente, serão apresentados os resultados referentes a análise do problema envolvendo a chapa com entalhe inclinado, onde serão apresentados os perfis de propagação da trinca obtidos e os gráficos de vida em fadiga, mostrando a evolução da propagação da trinca ao longo dos ciclos do teste. Posteriormente, será realizada a apresentação dos resultados obtidos para a

análise do problema da chapa com dois entalhes horizontais, segundo a mesma abordagem utilizada para o problema anterior. Os resultados serão analisados e discutidos à medida que forem sendo apresentados.

### 7.3.1 Chapa com Entalhe Inclinado

Para simular o problema envolvendo a chapa com entalhe inclinado, foi utilizado um modelo simplificado. A Figura 7.15 apresenta o modelo utilizado para simular este problema. Nesta imagem é possível verificar a geometria e as condições de contorno que foram adotadas. Como é possível notar, a geometria utilizada para tal simulação não é a reprodução fiel da geometria dos corpos de prova, mas sim, uma geometria simplificada, que não leva em conta a altura total da chapa (ela é limitada a altura onde os corpos de prova começam a apresentar curvatura, ou seja, foi utilizado apenas a seção retangular). Neste modelo, foram utilizados 48 elementos quadráticos contínuos para modelar os contornos da geometria e 70 elementos quadráticos descontínuos para modelar as trincas e pré-trincas. Durante a propagação, os novos elementos foram modelados com 4 elementos quadráticos descontínuos. Os nós do contorno superior da geometria foram engastados e os nós da parte inferior foram tracionados com uma tensão de  $92.63 \text{ MPa}$ . O problema foi considerado em estado de tensão plana, pois a chapa é muito fina. A razão de carga para simular o problema da fadiga foi de 0.0833 e as constantes da lei de Paris,  $C$  e  $m$ , foram designadas com valores  $1.42\text{e-}8$  e 3.59, respectivamente (Sabelkin et al., 2006). O critério para determinação do ângulo de propagação foi o da Mínima Densidade de Energia de Deformação. Dessa forma, utilizando-se este critério, também estimou-se o tamanho dos incrementos durante a propagação, conforme procedimento descrito no item 4.3.2.

O resultado obtido pelo algoritmo para este problema, pode ser conferido na Figura 7.16. Esta é a imagem obtida pelo pós-processamento dos resultados numéricos, onde nota-se que a trinca já atingiu o seu comprimento final. A Figura 7.17 apresenta uma ampliação da região ao redor da trinca e uma comparação com uma região semelhante na imagem do primeiro corpo de prova. Para esta simulação foi adotado um incremento inicial de  $1 \text{ mm}$  de comprimento e foram gastos 9 incrementos.

As Tabelas 7.11, 7.12, 7.13, 7.14 e 7.15 mostram os parâmetros calculados pelo algoritmo durante a propagação para cada uma das trincas, tais como: tamanho dos incrementos durante a propagação,  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{Ieq}$  e ângulo de propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2
1	1.0000	1.0000
2	1.2632	1.2478
3	1.5107	1.5054
4	1.7701	1.7616
5	2.0510	2.0417
6	2.3624	2.3550
7	2.7228	2.7089
8	3.1363	3.1242
9	3.6277	3.6093

Tabela 7.11: Tamanho dos incrementos para as trincas 1 e 2 durante a propagação.

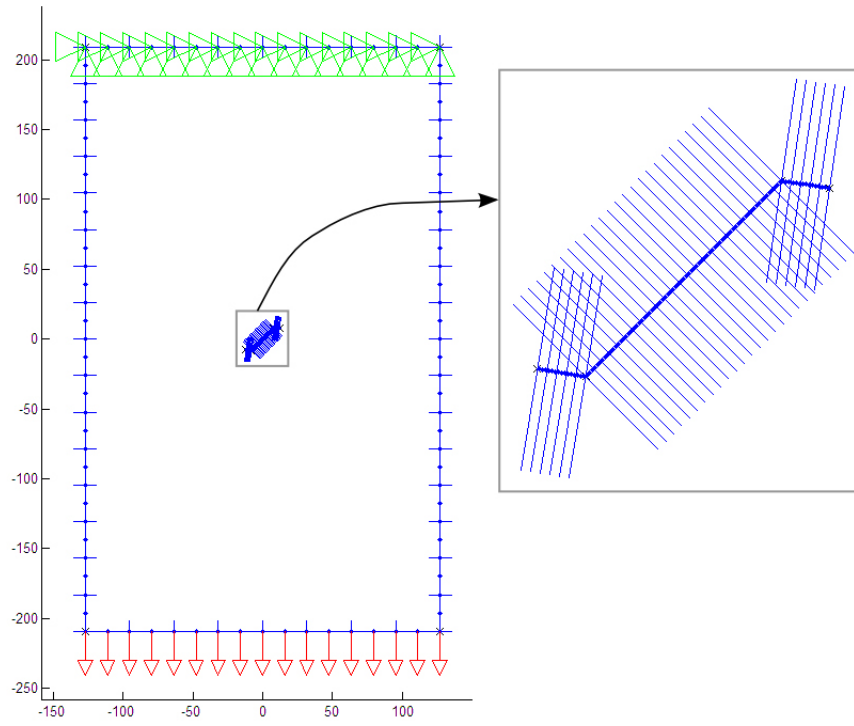


Figura 7.15: Geometria e condições de contorno utilizadas para simular o problema da chapa com entalhe inclinado.

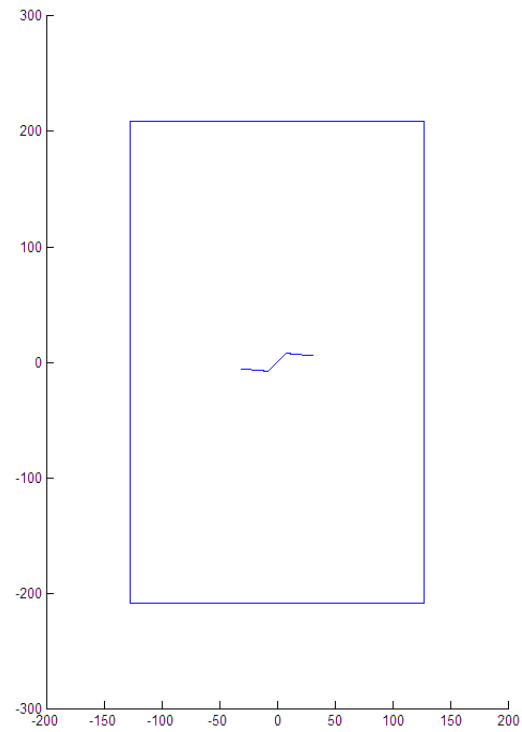


Figura 7.16: Geometria da chapa com entalhe inclinado apresentando a trinca propagada, obtida pela simulação.

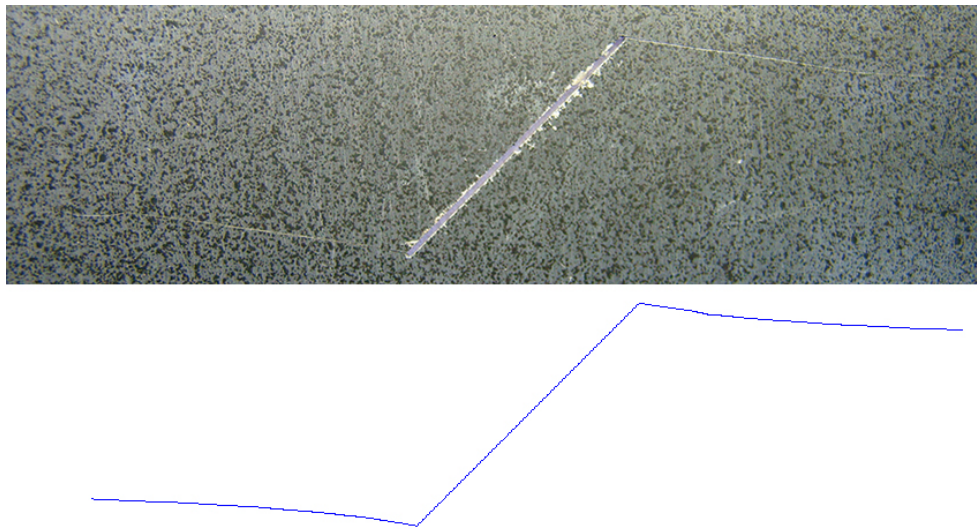


Figura 7.17: Comparação entre a geometria propagada obtida pela simulação e a geometria propagada do primeiro corpo de prova testado com esta configuração.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	19.0633	-0.7662
2	19.7049	0.4312
3	20.5065	-0.3290
4	21.4808	-0.1614
5	22.5864	0.1554
6	23.8139	-0.4719
7	25.2234	0.1460
8	26.7744	-0.3756
9	28.5413	0.1315

Tabela 7.12: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 1 durante a propagação.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	19.1092	0.7323
2	19.5845	-1.3933
3	20.5200	0.2155
4	21.4779	-0.2985
5	22.5881	-0.1440
6	23.8361	0.1536
7	25.2148	-0.4222
8	26.7871	0.1467
9	28.5330	-0.3628

Tabela 7.13: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 2 durante a propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2
1	19.0787	19.1233
2	19.7096	19.6344
3	20.5091	20.5212
4	21.4814	21.4800
5	22.5869	22.5885
6	23.8186	23.8366
7	25.2238	25.2183
8	26.7770	26.7875
9	28.5416	28.5353

Tabela 7.14: Valores de  $K_{Ieq}$  para as duas trincas durante a propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2
1	4.5732	355.6370
2	357.4991	7.9396
3	1.8357	358.7977
4	0.8609	1.5905
5	359.2120	0.7303
6	2.2622	359.2619
7	359.3370	1.9130
8	1.6039	359.3728
9	359.4721	1.4541

Tabela 7.15: Valores para os ângulos de propagação  $\theta$  em graus para as duas trincas durante a propagação.

Para comparar o perfil das trincas propagadas dos corpos de prova testados com aquele obtido numericamente, um mapeamento foi realizado nas imagens obtidas nos testes e o perfil obtido foi impresso em um gráfico. A Figura 7.18 mostra o gráfico que apresenta estes perfis mapeados, confrontando estes resultados com o perfil obtido numericamente.

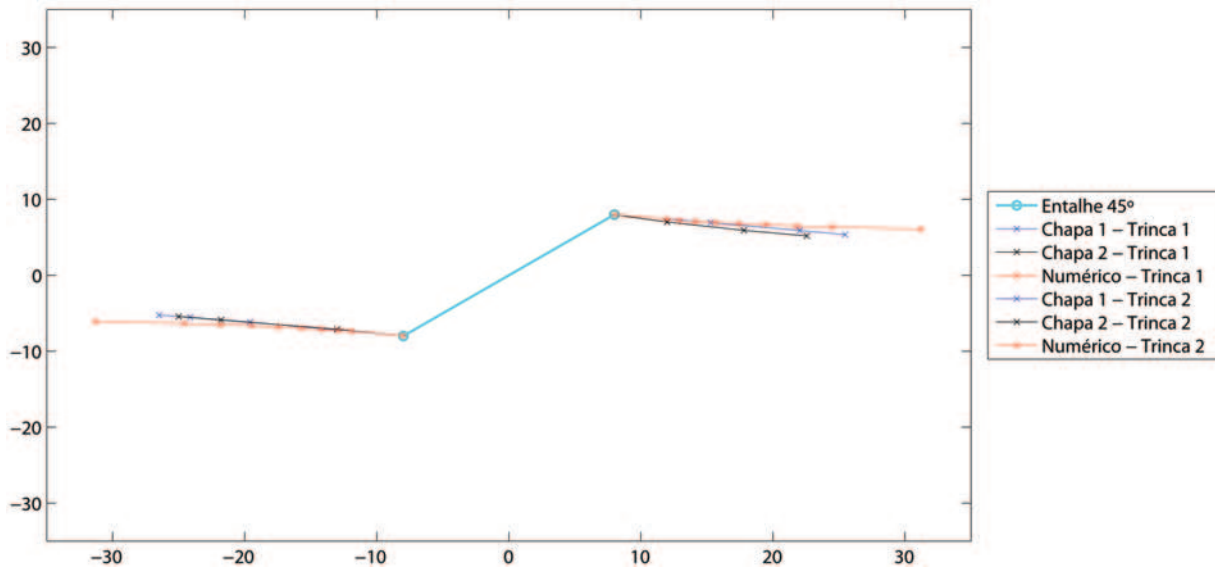


Figura 7.18: Perfis de propagação da trinca mapeados a partir das imagens e obtidos numericamente para as trincas 1 e 2 dos corpos de prova com entalhe inclinado a 45°.

Analisando-se os perfis apresentados na Figura 7.18, observa-se que os resultados obtidos numericamente apresentam boa concordância com os perfis obtidos pelos testes. É necessário observar que o mapeamento do perfil das trincas só diz respeito ao perfil que era visível nas imagens obtidas durante o ensaio. Então, o comprimento dos perfis mapeados não correspondem ao real comprimento das trincas no momento em que as fotos foram tiradas, já

que a pintura aplicada com a utilização do spray (para a aplicação da técnica de correlação de imagens) atrapalha a sua visualização. Tal problema poderia ter sido contornado, caso houvesse uma segunda câmera fixa obtendo fotografias atrás da chapa, onde não houve a aplicação de tal pintura, pois haveria a possibilidade de realizar uma calibração e a obtenção do comprimento da trinca através da função de medida de trinca por processamento de imagens implementada neste trabalho. A Figura 7.19 mostra uma imagem obtida do lado oposto da chapa, onde não houve a aplicação do spray de tinta, onde é possível notar que a trinca pode ser observada até o seu final.



Figura 7.19: Imagem obtida do lado oposto ao da aplicação do spray de tinta.

A vida em fadiga foi obtida pela medição direta do comprimento da trinca na parte de trás da chapa, como descrito anteriormente, e confrontando estes dados com os números de ciclos gastos em cada medição. O resultado de tal procedimento é um gráfico do comprimento da trinca em função do número de ciclos. No caso da simulação numérica, o número de ciclos gastos para o incremento percorrido é calculado utilizando-se a lei de Paris nos casos mais comuns, porém, para o caso dos dados deste trabalho, esta abordagem não foi bem sucedida. Isto ocorre devido ao fenômeno do fechamento da trinca, como explicado no item 4. Como descrito neste item, esta abordagem foi proposta por Elber (1970) e é implementada como sendo uma correção da faixa de variação do fator de intensidade de tensões agindo no sólido. Também descrito neste item, há a correção proposta por Schijve (1981). A Figura 7.20 mostra os resultados obtidos pela lei de Paris, pela abordagem proposta por Elber e pela apresentada por Schijve, em comparação com os resultados obtidos para a trinca 1 da primeira chapa com entalhe inclinado.



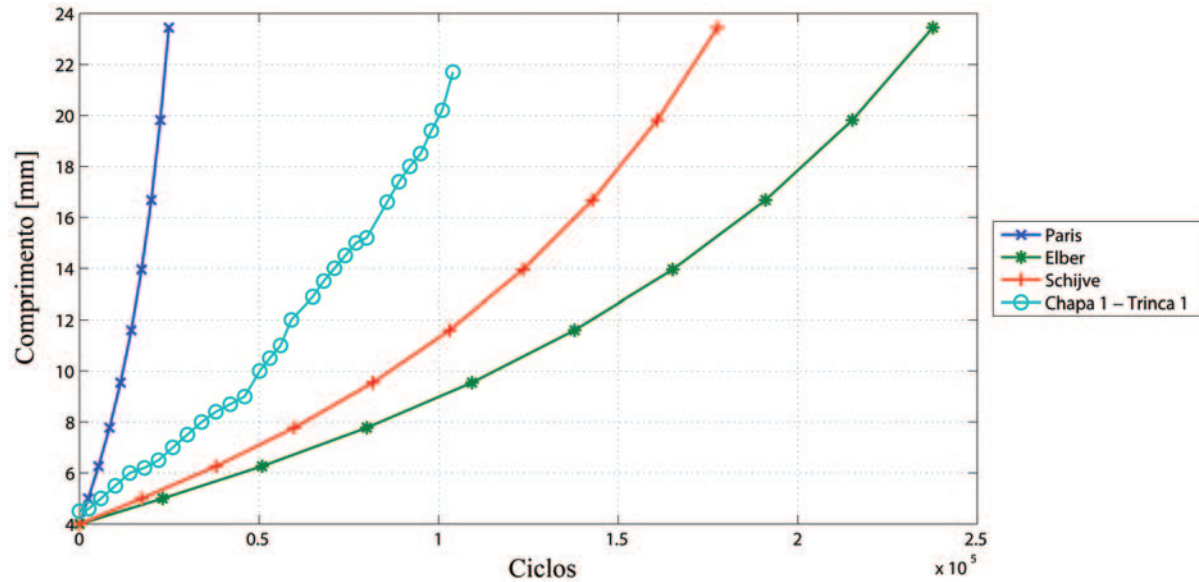


Figura 7.20: Comparação entre os resultados para vida em fadiga para a trinca 1 da primeira chapa com trinca inclinada utilizando diferentes abordagens.

Nota-se pela análise da Figura 7.20, que nenhuma das abordagens é capaz de modelar o problema com grande precisão. A lei de Paris é mais conservadora e prevê uma vida em fadiga mais curta, enquanto que as abordagens de Elber e Schijve prevêem um grande retardo na propagação devido a influência do fechamento da trinca (vale ressaltar que tanto Elber, quanto Schijve, utilizaram corpos de prova constituídos do mesmo material que estão sendo utilizados nos corpos de prova deste trabalho). Para o problema em questão, a abordagem segundo o modelo de Elber prevê um valor de  $U$  igual a 0.5333, o que considera apenas 53.33% de  $\Delta K$  atuando efetivamente. Por outro lado, segundo o modelo de Schijve,  $U$  é igual a 0.5783 para este problema, o que significa que apenas 57.83% de  $\Delta K$  está atuando efetivamente no sólido.

As Figuras 7.21 e 7.22 mostram os resultados obtidos para a vida em fadiga das trincas 1 e 2 da chapa com entalhe inclinado em comparação com as curvas obtidas nos testes realizados para as três chapas analisadas, respectivamente. Para modelar de maneira adequada o comportamento da curva de vida em fadiga, adotou-se um valor de  $U$  igual a 0.69 (69% de  $\Delta K$  atuando efetivamente).

Pode-se perceber que o comportamento da curva de vida em fadiga para as duas trincas da chapa com entalhe inclinado foram modeladas de maneira satisfatória pelo modelo de fechamento de trinca com  $U = 0.69$ . Associado a adequada modelagem da curva de vida em fadiga por este modelo, outro fator é favorável à sua escolha: a forte influência do modo II de deformação que existe neste problema (a trinca apresenta geometria curvada durante toda a propagação analisada). Porém, é necessário analisar se o fechamento da trinca é realmente



o único fator influenciando o comportamento que foi apresentado pela curva, o que não é realizado neste trabalho, necessitando de um estudo maior em relação a este mecanismo e sua real influência.

Ainda analisando os gráficos das Figuras 7.18, 7.21 e 7.22, é válido afirmar que o critério para estimar o tamanho dos incrementos durante a propagação, baseado no critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação, apresenta resultados satisfatórios.

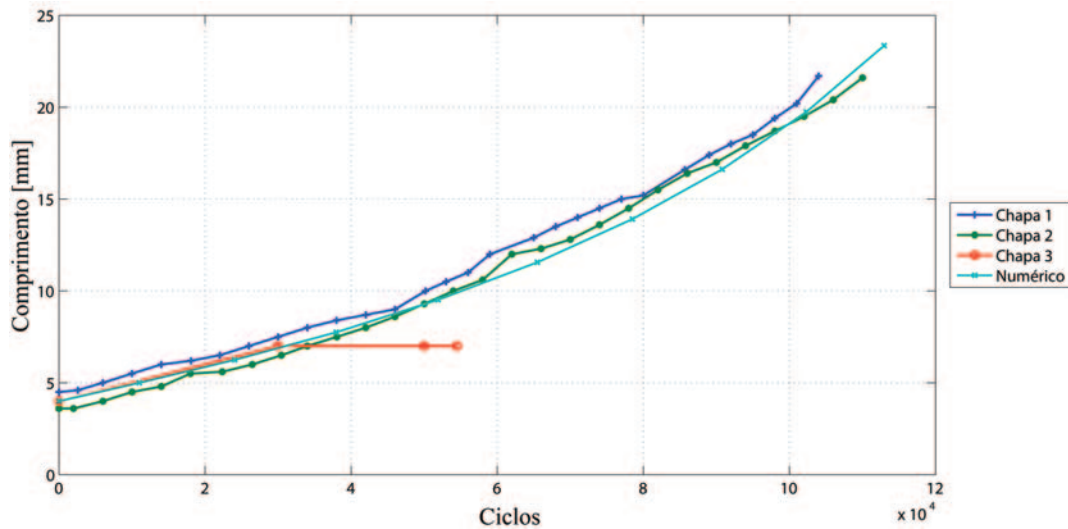


Figura 7.21: Vida em fadiga da trinca 1 da chapa com entalhe inclinado. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente.

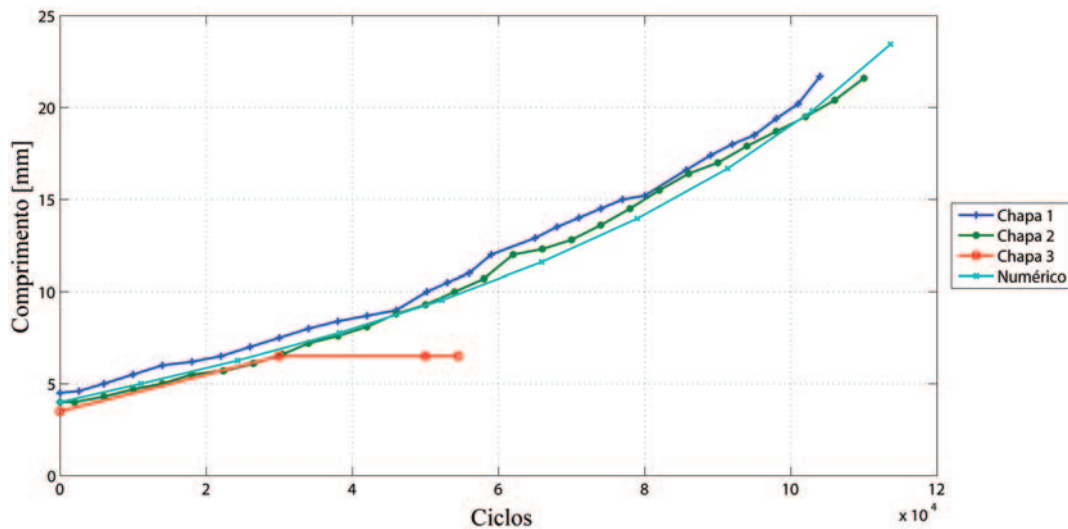


Figura 7.22: Vida em fadiga da trinca 2 da chapa com entalhe inclinado. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente.

Uma comparação entre os resultados de deslocamentos na direção 2 obtidos pelo método

de correlação de imagens e pelo algoritmo de propagação, foi realizada utilizando-se 9 pontos localizados próximos à ponta da trinca 1. Estes pontos são mostrados nas Figuras 7.24 e 7.23, no modelo obtido pelo algoritmo de propagação e na imagem da chapa trincada, respectivamente. As coordenadas destes pontos na imagem e na geometria modelada são apresentadas nas Tabelas 7.16 e 7.17, respectivamente. Os valores dos deslocamentos obtidos para cada um destes pontos são apresentados na Tabela 7.18. Verifica-se que os erros relativos calculados entre os valores dos deslocamentos não são tão pequenos (o maior erro é de aproximadamente 15%). Uma razão para tal constatação, reside no fato de que o modelo analisado pelo algoritmo de propagação, não se trata de uma reprodução fiel da geometria obtida experimentalmente, pois este modelo foi aquele obtido diretamente pela análise do algoritmo. Portanto, uma comparação mais precisa entre os dois resultados seria obtida se as geometrias analisadas fossem as mesmas, ou muito próximas.

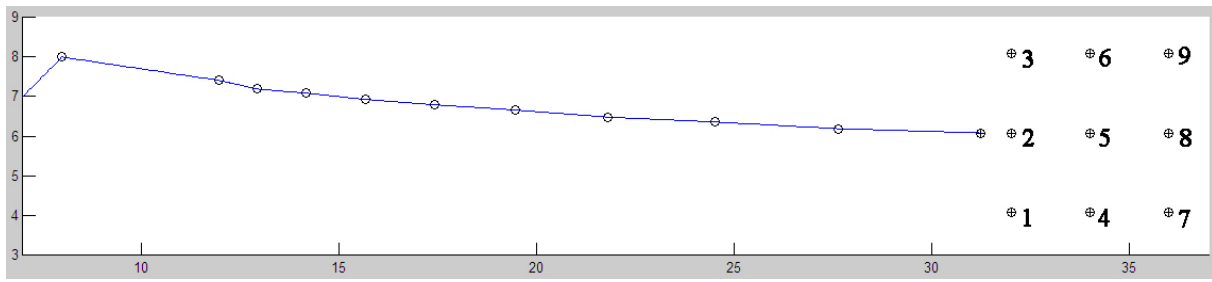


Figura 7.23: Pontos utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados da correlação de imagens.

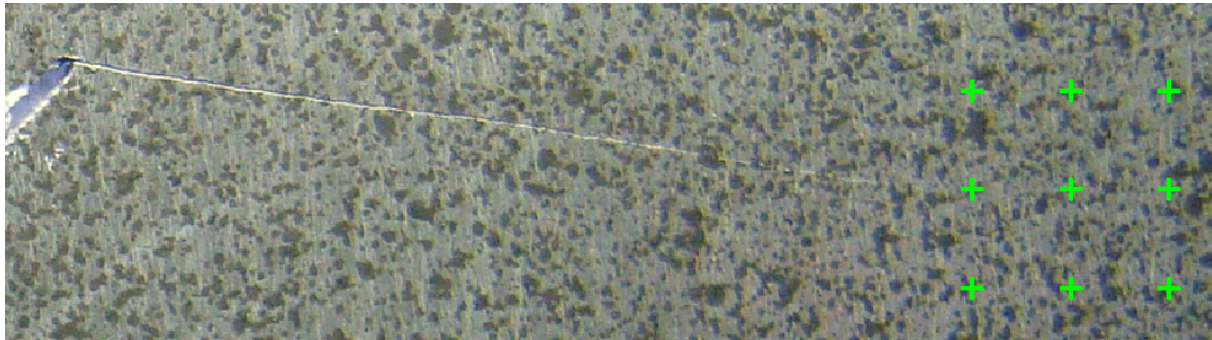


Figura 7.24: Pontos na imagem da chapa com entalhe inclinado utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados do algoritmo de propagação.

Ponto	x [pixel]	y [pixel]
1	2266.2	690.1
2	2266.2	759.0
3	2266.2	827.8
4	2335.0	690.1
5	2335.0	759.0
6	2335.0	827.8
7	2403.9	690.1
8	2403.9	759.0
9	2403.9	827.8

Tabela 7.16: Coordenadas dos pontos na imagem da chapa 1 analisada.

Ponto	x [mm]	y [mm]
1	32.00	4.07
2	32.00	6.07
3	32.00	8.07
4	34.00	4.07
5	34.00	6.07
6	34.00	8.07
7	36.00	4.07
8	36.00	6.07
9	36.00	8.07

Tabela 7.17: Coordenadas dos pontos no modelo da chapa 1 analisado.

Ponto	$v$ - DIC	$v$ - BEM	Erro relativo $(abs(v_{DIC}-v_{BEM})/abs(v_{DIC})) * 100$
1	-0.3688	-0.3541	3.99
2	-0.3775	-0.3399	9.97
3	-0.3862	-0.3253	15.78
4	-0.3746	-0.3480	7.11
5	-0.3775	-0.3397	10.02
6	-0.3862	-0.3314	14.20
7	-0.3746	-0.3461	7.62
8	-0.3804	-0.3397	10.71
9	-0.3833	-0.3332	13.08

Tabela 7.18: Valores dos deslocamentos na direção 2 calculados pelo algoritmo de propagação e pela correlação de imagens para os 9 pontos na chapa com entalhe inclinado.

### 7.3.2 Chapa com Dois Entalhes Horizontais

Assim como no problema da chapa com entalhe inclinado, no problema da chapa com dois entalhes horizontais, um modelo simplificado do corpo de prova foi adotado na simulação. A Figura 7.25 apresenta o modelo utilizado neste problema, onde pode-se observar a geometria e as condições de contorno impostas. Neste modelo, foram adotados 48 elementos quadráticos contínuos para modelar os contornos da geometria e 100 elementos quadráticos descontínuos para modelar os contornos das trincas e pré-trincas. Durante a propagação, os novos incrementos foram modelados com 4 elementos quadráticos descontínuos. Aqui também o problema foi considerado em tensão plana. Os dados para modelar o problema da fadiga foram os mesmos utilizados no problema anterior, vide item 7.3.1. Também foi adotado o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação para estimar o ângulo e o tamanho dos incrementos durante a propagação.

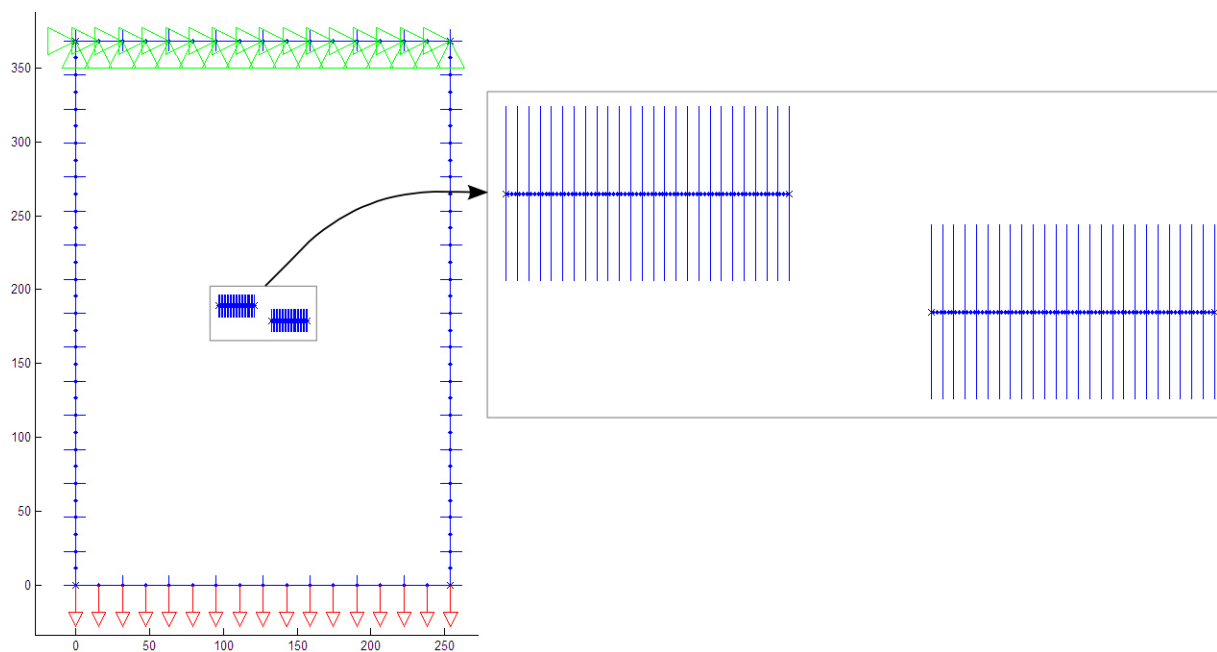


Figura 7.25: Geometria e condições de contorno utilizadas para simular o problema da chapa com dois entalhes horizontais.

A geometria final de propagação obtida pela simulação é apresentada na Figura 7.26. Nesta simulação foi adotado um incremento inicial de 1 *mm* de comprimento e foram gastos 7 incrementos no total. Assim como no item anterior, uma ampliação da região próxima as trincas é representada na Figura 7.27, bem como uma região semelhante da primeira chapa testada experimentalmente com esta configuração.

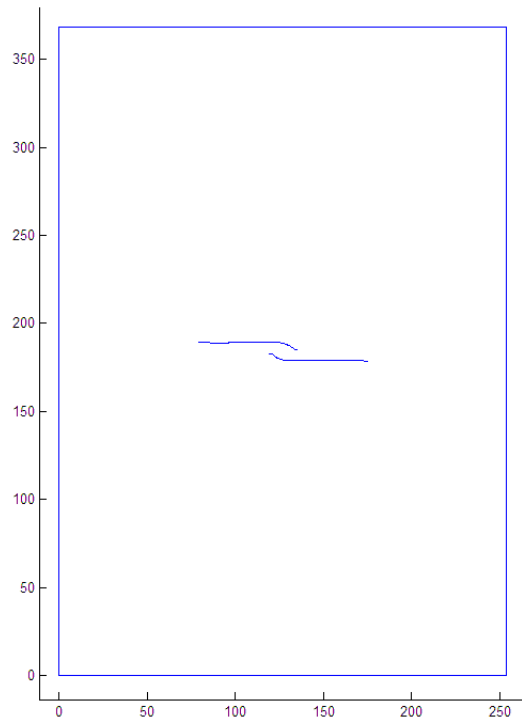


Figura 7.26: Geometria da chapa com dois entalhes horizontais apresentando a trinca propagada, obtida pela simulação.

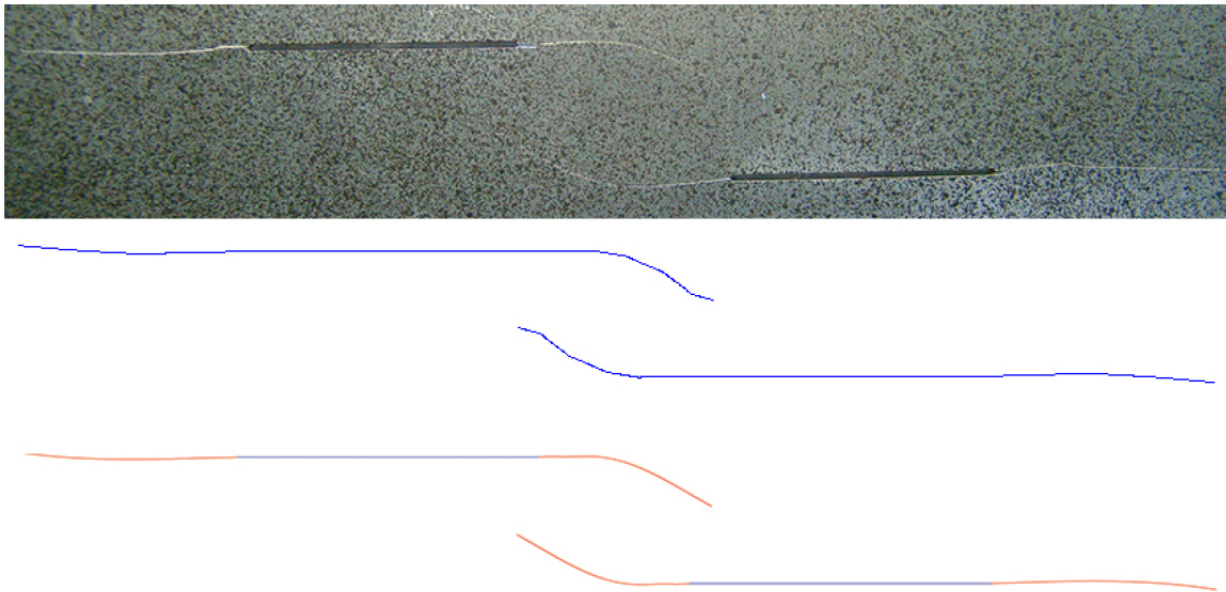


Figura 7.27: Comparação entre a geometria propagada: (a) geometria propagada do primeiro corpo de prova testado para esta configuração, (b) geometria obtida pela simulação e (c) geometria obtida pela simulação com interpolação.

As Tabelas 7.19, 7.20, 7.21, 7.22, 7.23, 7.24 e 7.25 mostram os parâmetros calculados

pelo algoritmo durante a propagação para cada uma das trincas, tais como: tamanho dos incrementos durante a propagação,  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{Ieq}$  e ângulo de propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 3	Trinca 4
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	1.3051	1.3580	1.3589	1.3062
3	1.6525	1.8371	1.8397	1.6548
4	2.1251	2.5475	2.5497	2.1291
5	2.8648	3.4031	3.4103	2.8713
6	3.9551	2.8319	2.8385	3.9670
7	5.0085	1.7491	1.7532	5.0279

Tabela 7.19: Tamanho dos incrementos das trincas 1, 2, 3 e 4 durante a propagação.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	19.6080	-0.2567
2	20.5914	0.0851
3	22.0464	-0.1481
4	24.1920	0.1200
5	27.4367	0.2055
6	31.6612	0.9898
7	35.1591	0.4680

Tabela 7.20: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 1 durante a propagação.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	20.9715	-0.4976
2	22.4600	0.6388
3	24.8661	-0.2661
4	28.2124	2.6182
5	31.6907	4.3262
6	28.3387	4.3254
7	21.2434	-6.4214

Tabela 7.21: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 2 durante a propagação.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	20.9475	-0.5514
2	22.4424	0.6659
3	24.8558	-0.3304
4	28.1834	2.7302
5	31.6845	4.3629
6	28.3391	4.3375
7	21.2498	-6.4074

Tabela 7.22: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 3 durante a propagação.

Incremento	$K_I \text{ MPa}\sqrt{m}$	$K_{II} \text{ MPa}\sqrt{m}$
1	19.5841	-0.3708
2	20.5765	0.1160
3	22.0376	-0.0556
4	24.1873	0.1030
5	27.4365	0.2591
6	31.6724	1.0146
7	35.1874	0.4950

Tabela 7.23: Valores de  $K_I$  e  $K_{II}$  para a trinca 4 durante a propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 3	Trinca 4
1	19.6097	20.9774	20.9547	19.5876
2	20.5915	22.4691	22.4523	20.5769
3	22.0469	24.8675	24.8580	22.0376
4	24.1923	28.3349	28.3168	24.1875
5	27.4375	31.9901	31.9892	27.4377
6	31.6766	28.6737	28.6760	31.6887
7	35.1622	22.2285	22.2304	35.1909

Tabela 7.24: Valores de  $K_{Ieq}$  para as quatro trincas durante a propagação.

Incremento	Trinca 1	Trinca 2	Trinca 3	Trinca 4
1	1.4990	2.7120	3.0069	2.1664
2	359.5262	356.7550	356.6162	359.3543
3	0.7697	1.2253	1.5216	0.2892
4	359.4318	349.9687	349.5784	359.5123
5	359.1420	346.2271	346.1326	358.9186
6	356.4501	345.1858	345.1550	356.3642
7	358.4774	22.6877	22.6555	358.3912

Tabela 7.25: Valores para os ângulos de propagação  $\theta$  em graus para as quatro trincas durante a propagação.

A mesma dificuldade encontrada no item anterior para comparar o perfil das trincas propagadas obtidas numérica e experimentalmente, foi enfrentada para este caso. Então, um mapeamento das trincas em cada chapa testada foi realizado e, cada perfil foi comparado com o seu respectivo perfil obtido numericamente, vide Figura 7.28.

Diante dos perfis de trincas propagadas apresentadas na Figura 7.28, pode-se observar que os resultados da simulação estão apresentando uma boa concordância com aqueles obtidos experimentalmente. As maiores diferenças aparecem nas trincas 1 e 4, onde a propagação da trinca sofre uma pequena inclinação. Já para as trincas 2 e 3, a comparação dos perfis mostra que a previsão da simulação responde de maneira satisfatória, prevendo de maneira muito próxima o perfil propagado nas chapas testadas.

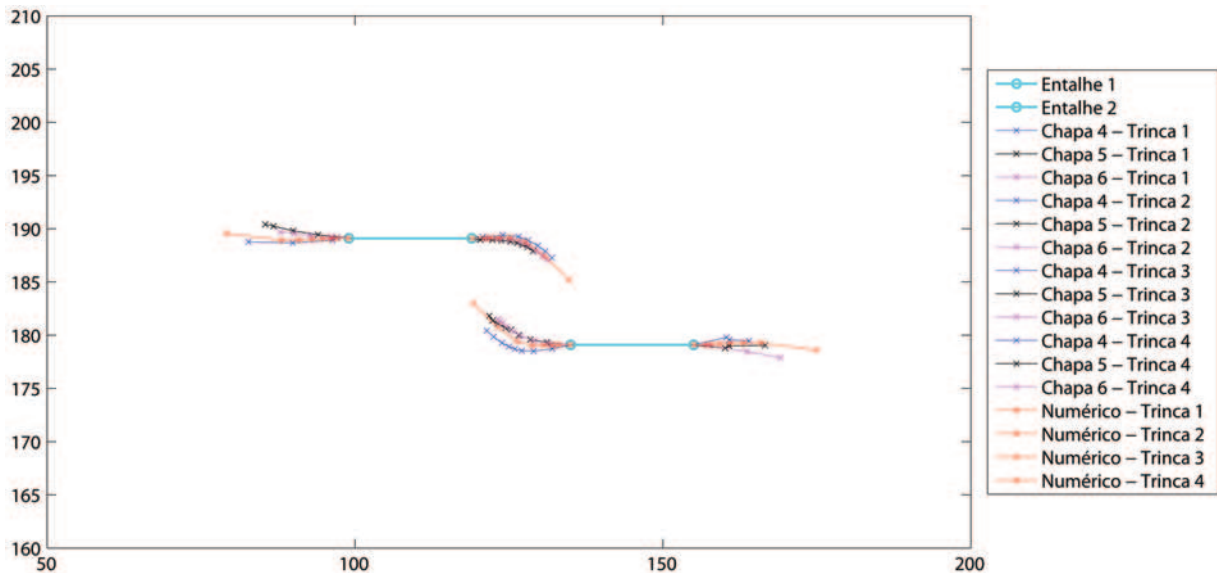


Figura 7.28: Perfis de propagação da trinca mapeados a partir das imagens e obtidos numericamente para as trincas 1, 2, 3 e 4 dos corpos de prova com dois entalhes horizontais.

A medida do comprimento da trinca foi tomada da mesma maneira que a descrita para



a chapa com entalhe inclinada, ou seja, foram realizadas medições no outro lado da chapa (sem pintura). A vida em fadiga foi então obtida confrontando os dados dos comprimentos da trinca ao longo da propagação, com o respectivo número de ciclos gastos. No caso da predição da vida em fadiga pela simulação, recorreu-se ao modelo de fechamento de trinca diretamente. Porém, um cuidado maior deveria ser tomado na simulação deste corpo de prova, já que existem duas situações distintas: a primeira delas, se refere as trincas 1 e 4, que são aproximadamente horizontais, mas apresentam uma certa inclinação devido a presença do modo II de deformação; a segunda, se refere as trincas 2 e 3, que são horizontais no início e depois sofrem uma curvatura bem acentuada, conforme já comentado no item 7.1.2.

No caso das trincas 2 e 3 deste corpo de prova, analisando-se o gráfico da Figura 7.6 do item 7.1.2, é possível notar uma mudança na curvatura da curva de vida em fadiga quando a trinca atinge aproximadamente 10 *mm* de comprimento (aproximadamente 40.000 ciclos). Este fato leva a conclusão de que há uma mudança no valor de  $U$  à partir do momento que a curva começa a esboçar esta mudança na inclinação. Então, para modelar o comportamento da curva de vida em fadiga para estas duas trincas, adotou-se  $U = 0.66$  para os 4 primeiros incrementos e  $U = 0.52$  para os incrementos restantes. Já para as trincas 1 e 4, adotou-se  $U = 0.64$ . As Figuras 7.29 e 7.30, mostram as curvas de vida em fadiga para as trincas 1 e 4, e 2 e 3, respectivamente.

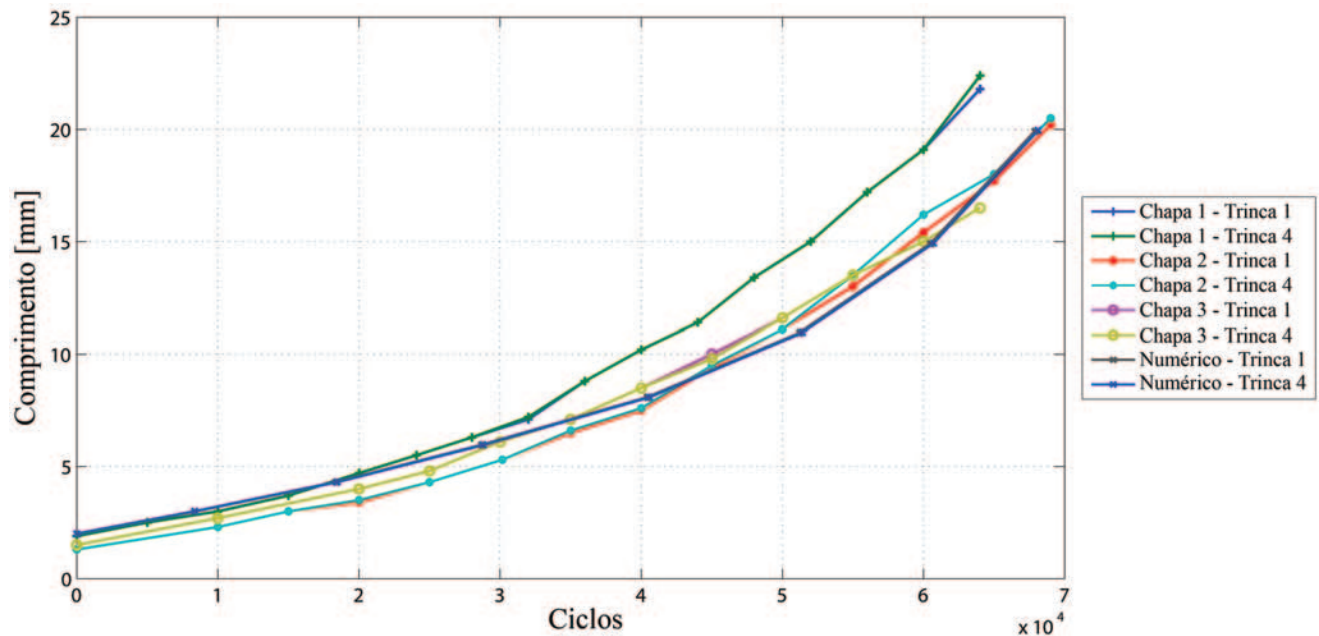


Figura 7.29: Vida em fadiga das trincas 1 e 4 da chapa com dois entalhes horizontais. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente.

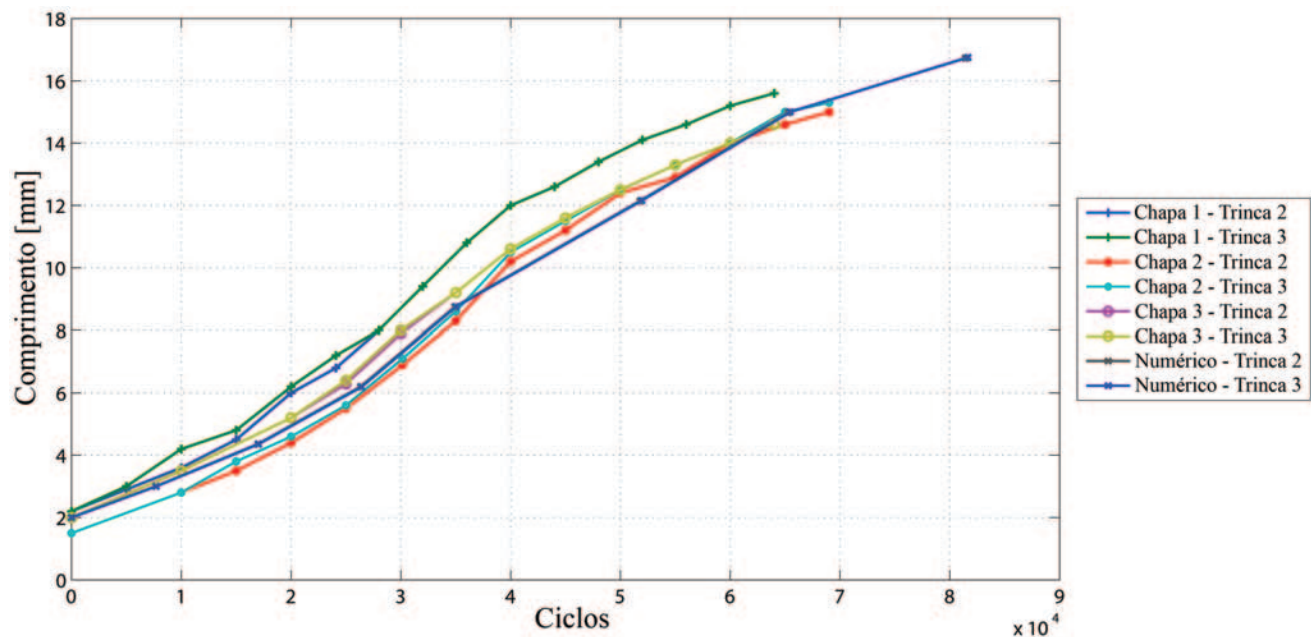


Figura 7.30: Vida em fadiga das trincas 2 e 3 da chapa com dois entalhes horizontais. Comparação entre resultado numérico e dados obtidos experimentalmente.

Observando-se os gráficos das Figuras 7.29 e 7.30 é possível notar que o comportamento das curvas de vida em fadiga para as trincas 1, 2, 3 e 4 das chapas com dois entalhes horizontais foram modeladas de maneira satisfatória utilizando o modelo de fechamento de trinca, com os valores para  $U$  igual aos descritos acima. Além disso, mais uma vez, o tamanho do incremento foi avaliado de maneira satisfatória utilizando-se a abordagem pelo critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação. É necessário ressaltar que devem ser realizados maiores estudos em relação ao mecanismo de fechamento de trinca e sua influência nos resultados apresentados.

Assim como no caso da chapa com entalhe inclinado, uma comparação entre os resultados de deslocamentos na direção 2 obtidos pelo método de correlação de imagens e pelo algoritmo de propagação, foi realizada utilizando-se 9 pontos localizados próximos à ponta da trinca 2. Estes pontos são mostrados nas Figuras 7.32 e 7.31, no modelo obtido pelo algoritmo de propagação e na imagem da chapa trincada, respectivamente. As coordenadas destes pontos na imagem e na geometria modelada são apresentadas nas Tabelas 7.26 e 7.27, respectivamente. Os valores dos deslocamentos obtidos para cada um destes pontos são apresentados na Tabela 7.28. Verifica-se que os erros relativos calculados entre os valores dos deslocamentos não são tão pequenos neste caso também (maior erro em torno de 15%). Mais uma vez, uma das razões para isto ocorrer é a utilização do modelo geométrico obtido pelo algoritmo de propagação, ao invés de uma aproximação fiel da geometria da chapa propagada. Também neste caso, uma comparação mais precisa implicaria em uma melhor aproximação

das geometrias analisadas. Em ambos os casos, considerando esta dificuldade, os resultados mostram boa proximidade.

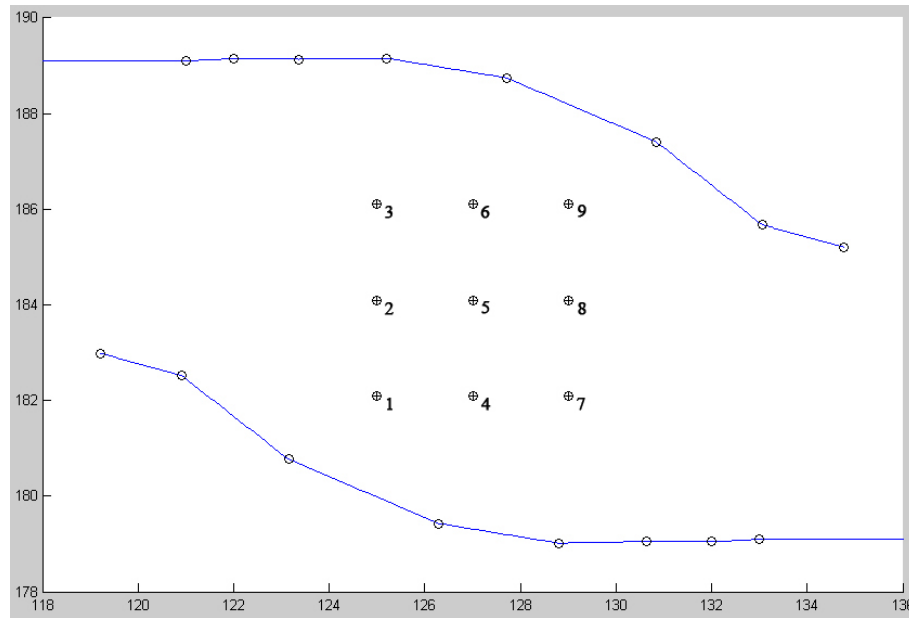


Figura 7.31: Pontos utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados da correlação de imagens.

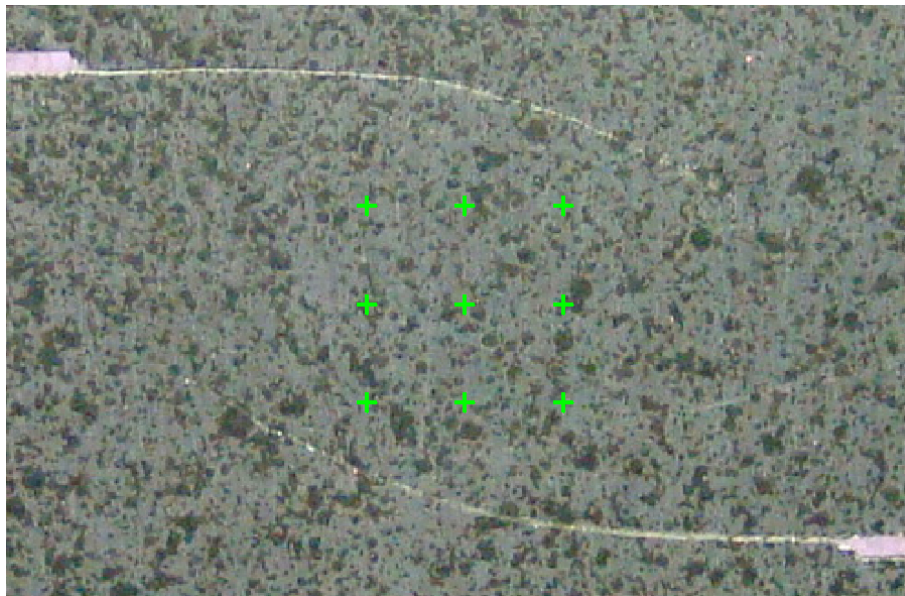


Figura 7.32: Pontos na imagem da chapa com entalhe inclinado utilizados para calcular os deslocamentos a serem comparados com os resultados do algoritmo de propagação.

Ponto	x [pixel]	y [pixel]
1	1271.9	942.9
2	1271.9	996.5
3	1271.9	1050.0
4	1325.5	942.9
5	1325.5	996.5
6	1325.5	1050.0
7	1379.0	942.9
8	1379.0	996.5
9	1379.0	1050.0

Tabela 7.26: Coordenadas dos pontos na imagem da chapa 2 analisada.

Ponto	x [mm]	y [mm]
1	125.0	182.1
2	125.0	184.1
3	125.0	186.1
4	127.0	182.1
5	127.0	184.1
6	127.0	186.1
7	129.0	182.1
8	129.0	184.1
9	129.0	186.1

Tabela 7.27: Coordenadas dos pontos no modelo da chapa 2 analisado.

Pontos	$v$ - DIC	$v$ - BEM	Erro relativo $(abs(v_{DIC}-v_{BEM})/abs(v_{DIC})) * 100$
1	-0.3247	-0.3612	11.23
2	-0.3210	-0.3617	12.68
3	-0.3135	-0.3620	15.46
4	-0.3061	-0.3309	8.11
5	-0.3061	-0.3312	8.21
6	-0.2986	-0.3315	11.02
7	-0.2949	-0.3003	1.84
8	-0.2874	-0.3007	4.63
9	-0.2837	-0.3012	6.18

Tabela 7.28: Valores dos deslocamentos na direção 2 calculados pelo algoritmo de propagação e pela correlação de imagens para os 9 pontos na chapa com dois entalhes.

# Capítulo 8

## Conclusão

O presente trabalho apresentou bons resultados para os problemas de propagação de trincas por fadiga estudados. O Método dos Elementos de Contorno Dual se mostrou uma ferramenta versátil e robusta para avaliar o campo de tensões, deslocamentos e deformações em locais críticos, como a região que engloba a ponta da trinca. Devido a qualidade dos resultados providos por este método, os fatores de intensidade de tensão foram obtidos com boa precisão pela técnica da Integral J, possibilitando que o ângulo de propagação, bem como o tamanho do incremento (no caso critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação), fossem obtidos com uma boa qualidade.

A Técnica da Integral J se mostrou uma maneira eficiente de obter os fatores de intensidade de tensão  $K_I$  e  $K_{II}$ , fazendo uso do desacoplamento destes, à partir da decomposição do campo elástico em suas componentes simétricas e anti-simétricas. Os resultados providos por esta técnica foram validados com exemplos existentes na literatura, bem como com os resultados provenientes da técnica de extrapolação de deslocamentos (esta técnica apresentou resultados menos precisos do que os da Integral J para os mesmos problemas).

Foram implementados dois critérios de determinação do ângulo de propagação: o critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC) e o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação (MDED). Ambos os critérios apresentam resultados muito semelhantes e precisos para os mesmos problemas. Porém, a grande vantagem da MDED é a possibilidade de avaliar o tamanho do incremento do próximo avanço à partir de informações do avanço atual. A utilização desta abordagem proporcionou uma análise empregando um menor número de incrementos para atingir o comprimento final da trinca propagada com resultados precisos.

A avaliação da vida em fadiga foi realizada utilizando diferentes abordagens. O algoritmo implementado oferece a possibilidade de obter a vida em fadiga do corpo trincado utilizando a lei de Paris ou levando em consideração o fechamento da trinca, pelo modelo de Elber. Para as análises realizadas à partir dos resultados experimentais, a lei de Paris não foi capaz de

prover bons resultados, necessitando de uma abordagem diferente. Nesse sentido, a aplicação do modelo de fechamento de trinca se mostrou satisfatório para modelar o comportamento da curva de vida em fadiga de maneira eficaz. É importante que seja realizado um estudo mais aprofundado sobre os mecanismos que estão atuando no retardamento da propagação da trinca para as chapas analisadas, embora o modelo de fechamento de trinca tenha sido eficiente nos casos analisados. Existem trabalhos na literatura onde as forças que atuam na abertura da trinca foram estudadas de forma a buscar uma maior compreensão da influência do fenômeno do fechamento no comportamento do seu crescimento, vide Newman (1992, 1997, 1999), o que deve ser tomado como referência para estudos posteriores.

Os resultados experimentais apresentados são consistentes e apresentaram um comportamento uniforme, visto que os perfis de propagação das trincas e as vidas em fadiga obtidas para cada corpo de prova apresentaram boa concordância entre si, vide informações apresentadas no capítulo de resultados deste trabalho. Esta tendência não foi completa, apenas pelo fato de que a última chapa com trinca inclinada teve o seu teste prejudicado por problemas técnicos, impossibilitando o prosseguimento do seu teste (que prosseguia com ótima concordância em relação aos resultados das outras duas chapas até o momento da interrupção), devido a uma sobrecarga não-intencional. Apesar deste inconveniente, os resultados obtidos para as duas outras chapas com esta configuração foram muito bons e foi descartada a confecção de mais um corpo de prova para novo teste.

A monitoração da propagação da trinca durante os teste foi realizada utilizando-se técnicas de processamento de imagens, sobretudo a correlação de imagens digitais. Tal técnica possibilitou que os campos de deslocamentos e deformações fossem monitorados durante os testes, permitindo que a determinação aproximada da localização da ponta da trinca fosse obtida e, conseqüentemente, agilizando o processo de tomada de medida. Além disso, a tomada de medida do comprimento da trinca foi realizado utilizando-se as próprias imagens que eram capturadas de tempos em tempos durante o teste, utilizando dados da calibração do programa.

De uma maneira geral, o presente trabalho apresentou resultados numéricos e experimentais confiáveis e que poderão ser aproveitados por trabalhos futuros. Diante do que foi comentado acima, os itens que seguem são destinados a pontuar as principais contribuições dadas pelo presente trabalho e sugerir alguns pontos a serem explorados em trabalhos futuros.

## 8.1 Principais Contribuições

Em linhas gerais, a principal contribuição dada pelo presente trabalho é a implementação de um algoritmo de simulação de propagação de trincas por fadiga, que fornece resultados

precisos e apresenta uma estrutura simples e clara, facilitando a inserção de outras funções ou manutenção das atuais. O algoritmo é versátil e pode ser aplicado para várias situações, inclusive incluindo geometrias curvas (i.e. furos, arredondamentos, etc).

A implementação de uma função para cálculo dos fatores de intensidade de tensão utilizando a técnica da Integral J, inclusive para problemas em modo misto, também é uma das contribuições mais importantes deste trabalho, pois até então, existia um código que fazia o cálculo da Integral J para problemas simples em modo I puro e com geometrias limitadas. A função atual é capaz de calcular os fatores de intensidade de tensão para qualquer tipo de estrutura trincada, podendo a trinca apresentar as mais variadas formas, além de poder existir várias trincas na estrutura (para identificar as pontas das trincas, existe uma função que também foi implementada neste trabalho e que auxilia a função da Integral J). Da maneira como foi implementada esta função, ela está particularizada para trabalhar com o algoritmo de Elementos de Contorno Dual utilizado neste trabalho, porém, ela pode ser facilmente adaptada para trabalhar com outros algoritmos.

Em relação a determinação do ângulo de propagação, já era de conhecimento do grupo de pesquisa o critério da Máxima Tensão Circunferencial, a qual foi implementada neste trabalho também e, inicialmente, era a técnica que seria adotada, sob uma abordagem com tamanho de incremento fixo durante a simulação da propagação. Durante as pesquisas a respeito deste critério, encontrou-se uma possível alternativa, o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação. Este critério se mostrou uma excelente alternativa, pois os resultados para os valores dos ângulos são tão precisos quanto os obtidos pela MTC e existem trabalhos que aplicam esta técnica até mesmo para problemas de fratura não-linear. Adicionalmente, a abordagem com este critério possibilita a avaliação do tamanho do incremento para a simulação, o que significa uma economia no número de incrementos a serem utilizados ou, até mesmo, uma melhor representação do que ocorre na situação real (a propagação não ocorre de maneira constante, ou seja, o tamanho dos incrementos não são os mesmos ao longo do tempo e nem sempre, para um problema simétrico, as trincas se propagam simetricamente).

Para a modelagem da vida em fadiga dos problemas analisados, houve a introdução de uma abordagem levando-se em consideração o fechamento da trinca pelo modelo de Elber, que até então, não havia sido estudado. Apesar de ser uma “variante” da lei de Paris e ter uma implementação simples, tal modelo mostrou-se uma alternativa para modelar problemas em modo misto e com geometria bidimensional complexa. Porém, a sua utilização necessita de maiores estudos, pois podem existir outros fatores influenciando na propagação.

Várias modificações foram feitas no algoritmo de correlação de imagens, DIC, muitas delas, visaram melhorar a sua funcionalidade e praticidade para aplicação nos testes experimentais. Apenas para citar, uma das mais importantes, foi a modificação do código para

que as imagens pudessem permanecer em pastas separadas no computador, sem a necessidade de colocá-las na pasta onde se encontravam as funções do algoritmo, salvando todas as informações necessárias e resultados nas pastas indicadas. Foram inseridas duas funções que devem ser muito úteis em trabalhos futuros. Uma delas é a função de calibração, que possibilita que esta seja feita com a imagem de calibração presente na pasta das imagens a serem analisadas com tais informações. A outra função que foi implementada, é a de medição de trinca, que possibilita que uma trinca seja medida diretamente à partir de uma imagem, desde que haja informações de calibração para a mesma. Como foi comentado em itens anteriores, se uma câmera fixada atrás do corpo de prova (onde não há pintura) obter imagens durante o teste e as devidas calibrações forem realizadas, será possível medir as trincas à partir destas imagens, o que torna o procedimento de medida muito mais rápido e com boa precisão. No presente trabalho, tal procedimento não foi possível, pois não havia equipamentos para serem utilizados em tal aplicação. A principal contribuição dada ao algoritmo DIC, foi a inserção de um pós-processamento de melhor qualidade, com a implementação de um filtro que promove uma maior suavização das informações do campo de deslocamentos, proporcionando melhores resultados.

## 8.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

À cerca das sugestões para trabalhos futuros que podem ser inspiradas à partir deste trabalho, pode-se enumerar algumas:

- Modificar o algoritmo de Elementos de Contorno Dual, particularizando-o, para que os elementos que modelam a propagação entrem nas matrizes do método, pois o algoritmo de propagação implementado, utiliza este código realimentando-o com dados de entrada. Dessa maneira, o algoritmo é rodado desde o começo, como se fosse um novo problema, tendo que montar todas as matrizes novamente e resolver todo o sistema novamente. Esta mudança causaria uma diminuição no tempo de processamento, porém, faria com que o código do método Dual ficasse extremamente particularizado;
- Estudar a propagação de trincas em várias escalas (“Multi-scale Analysis”);
- Estudar o modelo do fechamento da trinca, mais a fundo, buscando compreendê-lo melhor;
- Modelar o problema do fechamento da trinca em situações variadas (ambiente corrosivo, situação com deslizamento das faces das trincas bem pronunciado, faces das trincas com alta rugosidade, etc);



- Estudar uma maneira de analisar o fechamento da trinca experimentalmente, buscando respostas para os mecanismos que contribuem para que tal fenômeno aconteça;
- Aplicar técnicas ópticas para monitorar o fechamento da trinca utilizando aparato que propicie a sua análise com grande ampliação, tal como um microscópio, por exemplo (este tipo de problema, implica na aplicação de uma iluminação adequada, o que pode se tornar algo bem difícil de ser obtido);
- Estudar a modelagem de problemas de propagação de trinca sob carregamento variável, podendo incluir efeitos de sobrecarga durante o carregamento;
- Estudar a modelagem de problemas de propagação de trincas, tratando os efeitos causados pela temperatura;
- Implementar um método para avaliação de fatores de intensidade de tensão em problemas de modo I puro e modo misto utilizando a técnica de correlação de imagens;

Estas são apenas algumas sugestões do que há para ser feito em relação aos diversos temas ligados a este trabalho. É importante ressaltar que o tema da propagação de trincas em fadiga, assim como vários temas na Engenharia, devem ser encarados sob uma abordagem integrada, utilizando elementos de várias áreas, tais como: Mecânica Computacional, Ciência dos Materiais, Mecânica dos Sólidos, Ciências Térmicas, Processamento de Imagens, etc. Dessa forma, os trabalhos de pesquisa são abundantes para este tema e continuarão sendo, pois a sua aplicação para diversos problemas estruturais e a crescente demanda por máquinas e equipamentos com maior confiabilidade, tendem a aumentar ainda mais a sua importância ao longo dos tempos.

# Referências Bibliográficas

- Albuquerque, E. (2001). *Análise de Problemas Dinâmicos em Materiais Anisotrópicos Usando o Método dos Elementos de Contorno*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas.
- Alegre, J., Preciado, M., & Ferreño, D. (2007). Study of the fatigue failure of an anti-return valve of high pressure machine. *Engineering Failure Analysis*, 14, 408–416.
- Aliabadi, M. (2002). *The Boundary Element Method: Applications in Solids and Structures*, volume 2. John Wiley & Sons.
- Anderson, T. (1995). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC Press, 2 edition.
- Bae, J., Oh, C., Park, K., Kim, S., & Lee, H. (2008). Development of a high cycle fatigue testing system and its application to thin aluminum film. *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 4958–4964.
- Barsom, J. & Rolfe, S. (1987). *Fracture and Fatigue Control in Structures*. Prentice-Hall.
- Bartali, A. E., Aubin, V., & Degallaix, S. (2008). Fatigue damage analysis in a duplex stainless steel by digital image correlation technique. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 31, 137–151.
- Barthelat, F. & Espinosa, H. (2007). An experimental investigation of deformation and fracture of nacre-mother of pearl. *Experimental Mechanics*, 47, 311–324.
- Berfield, T., Patel, J., Shimmin, R., Braun, P., Lambros, J., & Sottos, N. (2007). Micro- and nanoscale deformation measuremet of surface and internal planes via digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 47, 51–62.
- Bing, P., Hui-Min, X., Tao, H., & Asundi, A. (2009). Measurement of coefficient of thermal expansion of films using digital image correlation method. *Polymer Testing*, 28(1), 75–83.

- Blandford, G., Ingrassia, A., & Liggett, J. (1981). Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 17, 387–404.
- Brebbia, C. & Dominguez, J. (1992). *Boundary Elements: An Introductory Course*. Wit Press Computational Mechanics Publications.
- Broek, D. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, 4 edition.
- Bruck, H., McNeill, S., Sutton, M., & Peters, W. (1989). Digital image correlation using newton-raphson method of partial differential correction. *Experimental Mechanics*, 29(3), 261–267.
- Bui, H. (1983). Associated path independent j-integrals for separating mixed modes. *Journal of Mechanics & Physics Solids*, 31(6), 439–448.
- Cheng, P., Sutton, M., Schreier, H. W., & McNeill, S. R. (2002). Full-field speckle pattern image correlation with b-spline deformation function. *Experimental Mechanics*, 42(3), 344–352.
- Cisilino, A. & Aliabadi, M. (2004). Dual boundary element assessment of three-dimensional fatigue crack growth. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 28, 1157–1173.
- Considine, J., Scott, C., Gleisner, R., & Zhu, J. (2005). Use of digital image correlation to study the local deformation field of paper and paperboard. In *13th Fundamental Research Symposium*. Cambridge.
- Cotterell, B. (2002). The past, present, and future of fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*, 69, 533–553.
- Cruse, T. (1972). *Numerical Evaluation of Elastic Stress Intensity Factors by the Boundary-Integral Equation Method*. American Society of Mechanical Engineers.
- Cruse, T. & Buren, W. V. (1971). Three dimensional elastic stress analysis of a fracture specimen with an edge crack. *International Journal of Fracture Mechanics*, 7, 1–15.
- Dawicke, D. & Sutton, M. (1994). Ctoa and crack-tunneling measurements in thin sheet 2024-t3 aluminum alloy. *Experimental Mechanics*, 34(4), 357–368.
- Elber, W. (1970). Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, 2(1), 37–44.

- Elber, W. (1971). The significance of fatigue crack closure. *Damage Tolerance in Aircraft Structures ASTM STP 486*, 486, 230–242.
- Elber, W. (1976). Equivalent constant-amplitude concept for crack growth under spectrum loading. *Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads ASTM STP*, 595, 236–250.
- Erdogan, F. (2000). Fracture mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 37, 171–183.
- Erdogan, F. & Sih, G. (1963). On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of Basic Engineering*, 86, 519–527.
- Eshelby, J. (1956). The continuum theory of lattice defects. *Solid State Physics*, 3, 79–144.
- Forman, R. (1967). Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures. *Journal of Basic Engineering*, 89, 459–464.
- Forsyth, D. A. & Ponce, J. (2003). *Computer Vision: A Modern Approach*. Prentice Hall.
- Fraisner, V. (2007). *Avaliação do comportamento em fratura de risers rígidos*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Gdoutos, E. (2005). *Fracture Mechanics: An Introduction*, volume 123 of *Solid Mechanics and Its Applications*. Springer, 2 edition.
- Godara, A. & Raabe, D. (2007). Influence of fiber orientation on global mechanical behaviour and mesoscale strain localisation in a short glass-fiber-reinforced epoxy polymer composite during tensile deformation investigated using digital image correlation. *Composites Science and Technology*, 67, 2417–2427.
- Gonzalez, R. C. & Woods, R. E. (2002). *Digital Image Processing*. Prentice Hall, second edition.
- Griffith, A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 221, 163–198.
- Hwang, S., Horn, J., & Wang, H. (2008). Strain measument of nickel thin film by a digital image correlation method. *Strain*, (44), 215–222.
- Inglis, C. (1913). Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corner. *Transactions of the Institute of Naval Architets*, 55, 219–241.

- Irwin, G. (1956). Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys. *Sagamore Research Conference Proceedings*, 2, 289–305.
- Irwin, G. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24, 361–364.
- Jähne, B. (2002). *Digital Image Processing*. Springer, fifth revised and extended edition.
- Jones, R., Chen, B., & Pitt, S. (2007). Similitude: Fatigue cracking in steels. *Theoretical and Applied Fractures Mechanics*, 48, 161–168.
- Kang, J., Ososkov, Y., Embury, J. D., & Wilkinson, D. S. (2007). Digital image correlation studies for microscopic strain distribution and damage in dual phase steels. *Scripta Materialia*, 56, 999–1002.
- Katsikadelis, J. (2002). *Boundary Elements: Theory and Applications*. Elsevier Science Ltd.
- Kitagawa, H. & Yuuki, R. (1975). Stress intensity factors for branched cracks in a two dimensional stress state. *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, 41(346), 1641–1649.
- Kitagawa, H. & Yuuki, R. (1977). Analysis of arbitrarily shaped crack in a finite plate using conformal mapping. *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, 43(376), 4354–4362.
- Lecompte, D., Smits, A., Bossuyt, S., Sol, H., Vantomme, J., Hemelrijck, D., & Habraken, A. (2006). Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 44, 1132–1145.
- Lyons, J., Liu, J., & Sutton, M. (1996). High-temperature deformation measurements using digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 36(1), 64–70.
- McEvily, A. (1988). *On Closure in Fatigue Crack Growth*. American Society for Testing and Materials.
- Meggiolaro, M. & Castro, J. (2001). An evaluation of elber-type crack retardation models. In SAE (Ed.), *II Seminário Internacional de Fadiga (SAE-Brasil)* (pp. 207–216).
- Miranda, A. (2003). *Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis*. PhD thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro PUC-Rio.
- Murakami, Y. (1987). *Stress Intensity Factors Handbook*. Pergamon Press.

- Newman, J. (1992). *FASTRAN-II - A fatigue crack growth structural analysis program*. Technical report, NASA Technical Memorandum 104159.
- Newman, J. (1997). Prediction of crack growth under variable-amplitude loading in thin-sheet 2024-t3 aluminium alloys. In *Engineering Against Fatigue*.
- Newman, J. (1999). *Advances in Fatigue and Fracture Mechanics Analyses for Aircraft Structures*. Technical report, NASA Langley Technical Report Server.
- Pan, B., Xie, H., Guo, Z., & Hua, T. (2007). Full-field strain measurement using a two-dimensional savitzky-golay digital differentiator in digital image correlation. *Optical Engineering*, 46(3).
- Paris, P. & Erdogan, F. (1960). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering Failure Analysis*, 85, 528–534.
- Paris, P., Gomez, M., & Anderson, W. (1961). A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering Failure Analysis*, 13, 9–14.
- Peters, W. H., Ranson, W. F., Sutton, M. A., Chu, T. C., & Anderson, J. (1983). Application of digital correlation methods to rigid body mechanics. *Optical Engineering*, 22(6), 738–742.
- Pirondi, A. & Nicoletto, G. (2006). Mixed mode i/ii fatigue crack growth in adhesive joints. *Engineering Fracture Mechanics*, 73, 2557–2568.
- Portela, A. (1992). *Dual Boundary Element Incremental Analysis of Crack Growth*. PhD thesis, Wessex Institute of Technology.
- Portela, A., Aliabadi, M., & Rooke, D. (1992). The dual boundary element method: Efficient implementation for cracked problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33, 1269–1287.
- Priddle, E. & Walker, F. (1976). Effect of grain-size on occurrence of creavage fatigue failure in 316 stainless-steel. *Journal of Materials Science*, 11, 386–388.
- ReliaSoft (2007). Reliability predictions for components in fatigue. *Reliability Edge*, 8(2).
- Rice, J. (1968a). *Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture*, volume 2 of *Fracture: An Advanced Treatise*, chapter 3, (pp. 191–311). Academic Press.
- Rice, J. (1968b). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35, 379–386.

- R  thor  , J., Gravouil, A., Morestin, F., & Combescure, A. (2005). Estimation of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation and an interaction integral. *International Journal of Fracture*, 132, 65–79.
- Russ, J. C. (2002). *The Image Processing Handbook*. CRC Press, fourth edition.
- Sabelkin, V., Mall, S., & Avram, J. (2006). Fatigue crack growth analysis of stiffened cracked panel repaired with bonded composite patch. *Engineering Fracture Mechanics*, (73), 1553–1567.
- Schijve, J. (1981). Some formulas for the crack opening stress level. *Engineering Fracture Mechanics*, 14, 461–465.
- Schreier, H., Braasch, J., & Sutton, M. (2000). Systematic error in digital image correlation caused by intensity interpolation. *Optical Engineering*, 39(11), 2915–2921.
- Shi, X., Pang, H., Zhang, X., Liu, Q., & Ying, M. (2004). In-situ micro-digital image speckle correlation technique for characterization of materials’ properties and verification of numerical models. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 27(4), 659–667.
- Sih, G. (1973a). Energy-density concept in fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*, 5(4), 1037 – 1040.
- Sih, G. (1973b). Some basic problems in fracture mechanics and new concepts. *Engineering Fracture Mechanics*, 5(2), 365–377.
- Sih, G. (1991). *Mechanics of Fracture Initiation and Propagation*. Kluwer Academic Publishers.
- Silveira, N. P. P. (2003). *Simula  o de Propaga  o de Trincas com o Uso do Método dos Elementos de Contorno*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- Sun, Z., Lyons, J. S., & McNeill, S. R. (1997). Measuring microscope deformations with digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 27, 409–428.
- Suresh, S. & Ritchie, R. (1982). A geometric model for fatigue crack closure induced by fracture surface roughness. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 13(9), 1627–1631.
- Sutton, M. & Chao, Y. (1988). Measurement of strains in a paper tensile specimen using computer vision digital image correlation. *TAPPI Journal*, 70(4), 153–156.

- Sutton, M. & McFadden, C. (2000). Development of a methodology for non-contacting strain measurements in fluid environments using computer vision. *Optics and Lasers in Engineering*, 32, 367–377.
- Sutton, M., M.Cheng, Peters, W., Chao, Y., & McNeill, S. (1986). Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis. *Image and Vision Computing*, 4(3), 143–150.
- Sutton, M., Wolters, W., Peters, W., Ranson, W., & McNeill, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3), 133–139.
- Tanaka, K. (1974). Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis. *Engineering Fracture Mechanics*, 6, 493–507.
- Tarigopula, V., Hopperstad, O., Langseth, M., Clausen, A., & Hild, F. (2008). A study of localisation in dual-phase high-strength steels under dynamic loading using digital image correlation and fe analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 45(2), 601–619.
- Vanlanduit, S., Vanherzeele, J., Longo, R., & Guillaume, P. (2008). A digital image correlation method for fatigue test experiments. *Opt. Laser Eng.*, 47, 371–378.
- Vendroux, G. & Knauss, W. G. (1998). Submicron deformation field measurements: Part 2. improved digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 38(2), 86–92.
- Walker, E. (1970). *The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum*. ASTM STP 462. American Society for Testing and Materials.
- Westergaard, H. (1939). Bearing pressure and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 6, 49–53.
- Wieghardt, K. (1907). Über das spalten und zerreißen elastischer körper. *Mathematik und Physik*, 55, 60–103.
- Yoneyama, S., Ogawa, T., & Kobayashi, Y. (2007). Evaluating mixed-mode stress intensity factors from full-field displacement fields obtained by optical methods. *Engineering Fracture Mechanics*, 74, 1399–1412.
- Zhang, J., Halliday, M., Poole, P., & Bowen, P. (1997). Crack closure in small fatigue cracks - a comparison of finite element predictions with in-situ scanning electron microscope measurements. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 20(9), 1279–1293.